MÉMOIRE PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION

PAR

JESSICA BÉRUBÉ

B. Sc.

L'ENSEIGNEMENT DES TECHNIQUES D'INTÉGRATION AU COLLÉGIAL : PORTRAIT DE PRATIQUE D'UN ENSEIGNANT

MARS 2019

RÉSUMÉ

Le cours de calcul intégral (NYB) est obligatoire pour les étudiants inscrits au cégep dans les programmes de sciences de la nature et dans certains profils de sciences humaines. Ce cours enregistre un nombre important d'échecs attribués, entre autres facteurs, au manque de motivation des étudiants, à un travail insuffisant, à des prérequis absents, à des difficultés reliées aux notions mathématiques ou à un enseignement problématique. D'une part, les enseignants sont beaucoup plus réfractaires à s'attribuer les échecs de leurs étudiants, bien qu'ils admettent sans difficulté qu'il est important pour la réussite des étudiants de varier les méthodes pédagogiques, de motiver et susciter l'intérêt chez les étudiants. D'autre part, les notions abordées dans le cours de calcul intégral posent plusieurs difficultés mathématiques dont les méthodes de résolution procédurales auxquelles recourent habituellement les étudiants au lieu d'une approche privilégiant une compréhension conceptuelle. Dans le cadre de cette recherche, nous nous penchons sur les difficultés rencontrées par les étudiants dans l'apprentissage des différentes techniques d'intégration enseignées dans le cours NYB ainsi que sur la prise en compte ou non de ces difficultés lors de l'enseignement des techniques d'intégration.

Afin de déterminer en quoi les pratiques effectives d'enseignement jouent un rôle dans les difficultés constatées chez les étudiants avec les techniques d'intégration, nous avons choisi de documenter l'enseignement de ces notions par le biais d'une étude de cas simple. Ainsi, durant trois semaines, nous avons accompagné un enseignant ayant plus de vingt ans d'expérience en enseignement dans les sept cours portant sur les techniques d'intégration (avec manipulation algébrique, par parties, avec manipulation trigonométrique, avec substitution trigonométrique et par la méthode des fractions partielles). Nous avons également procédé à plusieurs entrevues avec cet enseignant en dehors des heures de classe et collecté le matériel utilisé dans la séquence de cours observés. Dans la première phase de l'étude, une analyse détaillée des exemples présentés en classe et des exercices suggérés aux étudiants a été effectuée. Pour chacune des techniques, un recensement de toutes les difficultés rencontrées dans chacun des exemples et des exercices a été effectué et chaque problème a été catégorisé, c'est-à-dire regroupé avec les autres problèmes présentant les mêmes difficultés. Dans la deuxième phase de l'étude, une étude approfondie de l'enseignement effectif a été effectuée. Cette étude de l'enseignement a été réalisée sur cinq aspects : 1) la chronologie des séances; 2) le discours; 3) l'utilisation du tableau; 4) le traitement des difficultés; 5) et sous l'angle ergonomique. En d'autres termes, l'enseignement vu comme un métier. Ainsi, pour la chronologie des séances, nous avons examiné pour tous les cours observés le scénario choisi par l'enseignant, l'activité de l'enseignant et celui des étudiants et le temps consacré à la théorie et aux exercices en classe. Pour l'analyse du discours, nous nous sommes arrêtés à trois aspects : 1) les buts et les fonctions de ce discours, 2) le niveau des tâches mathématiques demandées par l'enseignant, c'est-à-dire des questions posées en classe et 3) la gestion des incidents par l'enseignant. Cette analyse a été effectuée sur toutes les interventions faites par l'enseignant durant les sept cours observés. L'utilisation du tableau par l'enseignant a été analysée. Pour chaque difficulté répertoriée dans la phase précédente, une description des méthodes et stratégies utilisées par l'enseignant a été cataloguée. Finalement, puisque la réalité du métier d'enseignant joue un rôle dans les apprentissages des étudiants, une analyse ergonomique sur les différents résultats et sur les observations a été effectuée.

Notre analyse de cas montre que l'enseignant dirige en grande partie son enseignement dans la salle de classe et que le rôle de l'étudiant se limite à répondre aux questions que l'enseignant pose et à transcrire la solution du problème dans son cahier. De plus, le modèle de l'enseignant est sensiblement le même lors de la résolution d'un problème : l'enseignant fractionne la tâche à accomplir en petites tâches, il demande aux étudiants de l'aider en posant des questions très souvent simples et isolées, puis il mutualise la réponse des étudiants au reste de la classe et ainsi de suite jusqu'à la résolution du problème. L'enseignement n'est cependant pas fermé. Lorsque l'enseignant est confronté à un incident, sa gestion demeure ouverte et concorde avec une classe vue comme un « lieu de construction du savoir ». Son utilisation du tableau interactif se fait de manière chronologique, ne comprend ni aparté ni segment théorique, est totalement planifiée et l'oral s'y fait en même temps que l'écrit. On y retrouve également toutes les traces de calculs nécessaires à la résolution du problème. Dans son utilisation du tableau blanc, l'enseignant l'utilise pour les rappels ou pour la gestion d'un incident. L'oral est généralement utilisé après l'écrit et son utilisation n'est pas toujours planifiée par l'enseignant et est peu fréquente. Le tableau blanc sert de lieu d'écriture contrairement au tableau interactif qui sert de lieu de savoir. La gestion des difficultés par l'enseignant demeure constante et varie selon leur nature. Ainsi, l'enseignant va contourner certaines difficultés en les éliminant, présenter des volets plus théoriques pour soutenir certaines difficultés ou utiliser plusieurs couleurs au tableau pour en atténuer d'autres. Dans le même ordre d'idée, tout porte à croire que l'enseignant a délibérément choisi de délimiter son champ mathématique afin d'éliminer certaines difficultés aux étudiants, que ce soit la technique d'intégration à utiliser, l'absence d'intégrale définie ou de problèmes écrits reliés aux problèmes d'intégration. De plus, afin de s'aider dans sa gestion de classe, nous remarquons que l'enseignant segmente son enseignement afin d'obtenir plusieurs succès d'étape et va respecter l'attente des étudiants en résolvant parallèlement les problèmes que les étudiants sont en train de faire en classe.

Mots-clés : mathématiques, technique d'intégration, difficultés mathématiques, niveau collégial, enseignement des mathématiques, calcul intégral, double approche

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de maîtrise, M. Souleymane Barry, pour sa confiance, son soutien, son engagement et ses conseils durant toutes ces années. Mais plus particulièrement encore pour sa compréhension et pour avoir été sincèrement content pour moi les trois fois où je lui ai annoncé une grossesse pendant mon parcours de maîtrise. Malgré la vie qui suit son chemin, nous avons quand même été capable de mener ce projet à terme !

Je tiens également à remercier l'Université du Québec à Chicoutimi qui, par le biais de son programme de perfectionnement des chargées de cours, m'a permis de terminer ce mémoire cette année.

Je désire aussi remercier l'enseignant qui m'a accueilli les bras ouverts dans sa classe ce qui m'a permis de faire ce mémoire. Son temps, son engagement dans le projet, son ouverture et sa disponibilité ont été essentiels et très appréciés.

Un grand merci à ma tante pour sa correction linguistique et pour avoir réussi à respecter mes délais serrés. J'en profite également pour remercier ma famille pour son soutien et son écoute dans ce cheminement.

Je remercie également mes enfants, Thomas, Olivier et Magalie pour leur amour inconditionnel.

Finalement, un grand merci à mon conjoint pour son écoute, ses encouragements, ses conseils et pour y avoir cru parfois plus que moi. Toutes tes lectures et tes corrections minutieuses et détaillées ont grandement facilité mon travail.

CHAPITRE 1

PROBLÉMATIQUE

1.1 INTRODUCTION

Dans le cadre de cette recherche, nous nous pencherons sur le cours de calcul intégral (NYB), un cours de mathématiques souvent échoué au collégial. Principalement, nous examinerons l'enseignement effectif de ce cours. Nous espérons qu'une telle entreprise nous permette d'éclairer les rôles joués par la complexité relative du contenu de ce cours et par l'enseignement sur les difficultés vécues par les étudiants.

Ce chapitre traitera des problèmes entourant les cours de mathématiques au collégial une matière ayant un taux d'échec élevé (section 1.2); mais également une matière évitée par les étudiants (section 1.3), de la perception de l'échec scolaire par les différents acteurs (section 1.4), des difficultés inhérentes à quelques concepts mathématiques abordés au collégial (section 1.5), et il traitera également de notre projet d'aller au-delà des perceptions exprimées par les étudiants et enseignants en lien avec les échecs en mathématiques et leurs causes possibles, pour observer et analyser les pratiques effectives d'un enseignant (sections 1.6 et 1.7).

1.2 LES MATHÉMATIQUES DU COLLÉGIAL : UN TAUX D'ÉCHEC ÉLÉVÉ

Nous établissons la définition d'échec scolaire qui sera utilisé dans le cadre de cette recherche comme suit : les échecs « sont, sauf dispositions contraires des règlements du gouvernement, pris en compte à titre d'échecs, ceux figurant au bulletin collégial et les cours qui, n'ayant pas fait l'objet d'un abandon à la date limite fixée par le ministre, ne sont pas complétés à la date de la délivrance du bulletin. » (Publications Québec, 2018)

Ainsi en 1980, le Comité d'orientation de la recherche des causes d'échecs en mathématiques (CORCEM) indiquait que « depuis 1973, le taux combiné d'échecs et d'abandons [dans les mathématiques du collégial] se maintient bien au-dessus de 30 % et peut dépasser, dans certains endroits, les 50 %. » (Noircent & Tran, 1980, p. 6). Plus récemment, nos investigations auprès de conseillers pédagogiques du cégep de Chicoutimi et du cégep de Jonquière démontrent encore aujourd'hui des taux d'échecs supérieur à 30 %. Pour les cours de calcul différentiel (NYA) et de calcul intégral (NYB), les taux d'échec et les taux d'abandon des cinq dernières années pour ces deux établissements sont illustrés respectivement dans le tableau 1 et le tableau 2.

Or, les échecs scolaires ont des répercussions multiples chez les personnes concernées. En effet, ils provoquent chez les étudiants, une baisse de l'estime de soi et, avec cela, son lot de conséquences. Berthelot (1991) expliquait :

> Les échecs et les « vrais abandons » — ceux qui ont pour but de prévenir un échec certain — se traduisent souvent par une baisse de l'estime de soi, accompagnée d'une détresse mentale ou de traumatismes qui ont de l'influence sur l'ensemble des autres activités de l'élève. […] On sait aussi que l'élève en difficulté manque souvent de confiance en lui et en ses possibilités de réussir; les échecs viennent confirmer ses craintes et renforcer son sentiment d'insécurité face aux études. Et alors, les échecs engendrent d'autres échecs qui risquent de mener à l'abandon des études. (p.45)

Outre les conséquences sur l'étudiant, les échecs scolaires ont également un impact sur l'enseignant chez qui ils provoquent un sentiment d'impuissance et parfois un sentiment de doute sur ses capacités. Il se dévalorise professionnellement. Berthelot (1991) énonçait qu'au cégep, les enseignants démontraient des signes d'épuisement professionnel et que le sixième des enseignants ne se sentaient pas à la hauteur des tâches qui les attendaient.

Tableau 1 – Taux d'échec des cinq dernières années

	Cours	Institution	H-14	A-14	H-15	E-15	A-15	H-16	E-16	A-16	H-17	E-17	A-17	H-18	A-18
Taux d'échec	Calcul différentiel (NYA)	Cégep de Chicoutimi	28%	32%	29%		33%	23%		22%	39%		39%	33%	32%
		Cégep de Jonquière	38%	23%	33%		39%	36%		28%	30%		33%	27%	29%
	Calcul intégral (NYB)	Cégep de Chicoutimi	10%		15%			11%			21%			7%	
		Cégep de Jonquière	13%	33%	28%	45%	33%	23%	36%	21%	33%	9%	40%	19%	20%

Tableau 2 – Taux d'abandon des cinq dernières années[1]

	Cours	Institution	H-14	A-14	H-15	E-15	A-15	H-16	E-16	A-16	H-17	E-17	A-17	H-18	A-18
Taux d'échec	Calcul différentiel (NYA)	Cégep de Chicoutimi	10%	4%	8%		2%	8%		14%	8%		7%	11%	7%
		Cégep de Jonquière	4%	2%	0%		0%	3%		1%	4%		3%	17%	3%
	Calcul intégral (NYB)	Cégep de Chicoutimi	6%		1%			1%			4%			0%	
		Cégep de Jonquière	1%	14%	3%		14%	3%		0%	2%		0%	1%	

[1] Les taux d'abandons plus élevés découlent du nombre d'inscription plus bas que dans les autres groupes.

Dans le même ordre d'idée, le Conseil des collèges (1992) écrivait :

> Dépourvus de moyens adéquats pour venir en aide aux élèves et pour agir efficacement sur leur motivation [les enseignants] subissent une pression constante, ils se sentent démunis face au problème et envisagent avec peu d'optimisme leurs chances de contribuer significativement à une meilleure réussite scolaire de leurs élèves. Ils voient alors s'éloigner d'eux un des éléments les plus gratifiants de leur profession. (p.48)

Une autre conséquence des échecs scolaires est la perception par la population du système collégial en général. En effet, puisque seulement les deux tiers des étudiants inscrits au cégep obtiennent leur diplôme, la crédibilité de l'institution peut se faire sentir car « elle ne semble pas répondre à sa mission de contribuer à hausser le taux et le niveau de scolarisation de la population » (Bouchamma, 2002, p. 651).

1.3 LES MATHÉMATIQUES DU COLLÉGIAL : UNE MATIÈRE ÉVITÉE

Selon Ste-Marie et Winsberg (1981), les étudiants n'abandonnent pas les cours de mathématiques en raison de leur difficulté, de leur préférence ou de leur importance. Cette décision relève davantage de la perception qu'ils ont des études postsecondaires. Parmi ces étudiants, nous retrouvons, par exemple, ceux qui choisissent délibérément leur programme d'études en fonction du nombre de cours de mathématiques ou encore ceux qui reportent leurs cours de mathématiques de session en session, phénomène ainsi décrit par Gattuso, Lacasse, Lemire et Van der Maren (1989). Toutefois, dans cette recherche, par abandon nous entendrons les étudiants ayant abandonné leur cours avant la date limite. Les autres étudiants, ceux qui abandonnent en cours de session, sont comptabilisés dans la catégorie échec.

Les conséquences d'un tel comportement sont préoccupantes. Est-il normal de changer de perspective de carrière afin d'éviter parfois un seul cours? De plus, les étudiants diminuent leur choix de carrière ou leur possibilité d'avancement avec une telle attitude car selon Carneval, Smith et Strohl (2013), les mathématiques, l'informatique et l'électronique sont des domaines de plus en plus importants et 70 % de tous ces emplois demandent des connaissances mathématiques importantes ou très importantes pour bien réussir. De manière générale, être bon en mathématiques ou, à tout le moins, réussir ses cours de mathématiques du cégep, ouvre plus d'opportunités aux jeunes (Leder, 1992), (Smith, 1980), (Csorny, 2013) , (Reynolds & Conaway, 2003).

1.4 LES PERCEPTIONS DES ÉTUDIANTS ET ENSEIGNANTS DU COLLÉGIAL DES CAUSES DES ÉCHECS SCOLAIRES

Dans cette section, il sera question des perceptions des étudiants et des enseignants du collégial des raisons des échecs constatés en mathématiques.

1.4.1 PERCEPTIONS DES ÉTUDIANTS DES CAUSES DES ÉCHECS SCOLAIRES

Les étudiants du collégial attribuent leurs échecs scolaires à des facteurs d'ordre interne (c'est-à-dire imputables à l'étudiant) et d'ordre externes (hors du contrôle de l'étudiant). Les causes internes sont les plus citées par les étudiants qui attribuent leur échec à leur seule personne. Gattuso, Lacasse, Lemire et Van der Maren (1989) affirment :

> Les élèves, pour la plupart, attribuent leur échec à une cause interne, c'est-à-dire qui dépend d'eux : manque de confiance, de sécurité, ou de concentration; absence de motivation, sentiment négatif face aux mathématiques. De toute façon, cela entraîne, pour eux, un manque de travail, et par le fait même, une mauvaise préparation et, de là, panique et échec à l'examen. (p.204)

De même, bien qu'ils soient une minorité, une certaine proportion d'étudiants considère que leurs échecs scolaires sont dus à des causes extérieures : mauvais enseignant, matière trop difficile, mauvais bagage académique ou changement d'enseignant en cours d'année scolaire (Gattuso, Lacasse, Lemire, & Van der Maren, 1989).

À propos de la perception par les étudiants du rôle des enseignants dans leurs échecs en mathématiques, Gattuso, Lacasse, Lemire et Van der Maren (1989) indiquent que les étudiants ayant de la difficulté en mathématique ont également à la fois une perception négative des mathématiques et de leurs enseignants de mathématiques :

> La perception qu'ont les élèves des enseignants de mathématiques demeure, pour l'essentiel, assez négative. […] Dans le cas où on lui accorde une compétence certaine, on croit que celle-ci s'est développée au détriment du côté humain de l'enseignant. (pp.201-207)

Des recherches plus récentes vont également dans le même sens soit de questionner le côté humain de l'enseignant : « En effet, les enseignants de mathématiques se sentent moins à l'aise avec les aspects affectifs impliqués dans l'apprentissage (Lafortune, 1992) (Lafortune & Saint-Pierre, 1994), (Lafortune & St-Pierre, 1994) » (Saint-Pierre, 1997, p. 6).

Pour revenir aux perceptions des étudiants, la différence est négligeable entre ceux qui attribuent leurs échecs scolaires en mathématiques à des causes internes et ceux qui mettent plutôt de l'avant des causes externes. En effet, une mauvaise impression des mathématiques (cause interne) ou un bagage mathématique insuffisant (cause externe ou interne) mène à une motivation limitée, ce qui a un impact significatif sur l'effort mis sur la matière. Ce phénomène a par la suite des effets directs sur la réussite scolaire et va de nouveau jouer sur la motivation, ce qui peut laisser croire à l'étudiant que sa réussite ne lui appartient pas. Saint-Pierre (1997) explique ainsi ce phénomène :

> Des connaissances antérieures incorrectes, peu solides ou inexistantes, alliées à des fausses croyances et perceptions quant à la nature

> du travail mathématique et quant à son apprentissage augmentent les réactions anxieuses, minent la motivation et diminuent peu à peu l'effort nécessaire à la réussite. L'élève dans cette situation est pris dans un cercle vicieux, il perd le contrôle de ses propres moyens. Son sentiment d'impuissance l'amène à attribuer ses échecs à des causes sur lesquelles il n'a pas de pouvoir. Il devient alors à peu près impossible pour lui de faire l'expérience du succès et par la suite, d'en arriver à établir un lien fort et direct entre l'effort qu'il a fourni et la réussite obtenue, condition nécessaire pour soutenir la motivation à étudier plus, si l'on en croit Saint-Onge (1993). (p.5)

À notre avis, et ce en nous basant sur notre expérience d'enseignante de mathématique, le travail fourni par un étudiant pour un cours de mathématiques est bien plus substantiel que le talent pur et simple en mathématiques. D'où l'importance pour l'étudiant de se sentir motivé à travailler. Selon Saint-Pierre (1997) :

> Il y a quelques années, les conclusions des travaux de Blouin (1985) Blouin (1987) remettaient en question les conceptions de certains enseignants et de certaines enseignantes en mathématiques à l'ordre collégial québécois : le talent, familièrement appelé la bosse des mathématiques, ne serait pas un facteur aussi important qu'on le croit de la réussite dans cette discipline. Au contraire, d'autres variables comme la motivation, l'anxiété, les croyances et les comportements d'étude seraient fortement reliées à l'échec ou à la réussite. De ces quatre facteurs, les comportements d'étude (ou les méthodes de travail) ont été identifiés par Blouin (1985) comme la variable pouvant le mieux prédire la réussite en mathématiques. Les élèves en difficulté dans cette matière scolaire travailleraient tout simplement moins ou moins bien que les autres. (p.4)

Mais, peu importe les différentes raisons évoquées par les étudiants pour expliquer leur échec scolaire, il convient de souligner que ceux-ci considèrent pratiquement tous que la réussite aux études collégiales est importante. En effet, Roy (2006) en étudiant les valeurs des étudiants du collégial a remarqué que 98 % des étudiants trouvent que la réussite des études est importante ou très importante.

La réussite importe donc beaucoup aux étudiants même si par ailleurs leur attitude envers les mathématiques influence leurs résultats académiques. Noircent et Tran (1980) abondent dans le même sens et estiment que le rôle que l'enseignant doit jouer est double : d'une part, il doit traiter l'aspect mathématique, et d'autre part il ne doit pas oublier l'aspect motivation et valorisation des mathématiques :

> Il semble que les attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques soient un facteur important dans l'acquisition des connaissances. Il est d'ailleurs significatif de remarquer que selon les analyses que nous avons faites 27 % de la variation des aptitudes pouvait être expliquée par des variations d'attitudes. Nous restons donc convaincus qu'il est tout aussi important pour un enseignant de se préoccuper des attitudes de ses étudiants que de leur faire acquérir des connaissances. (p.21)

Mais, quelles sont les perceptions des enseignants des échecs des étudiants du collégial? C'est ce que nous allons aborder dans la sous-section suivante.

1.4.2 PERCEPTIONS DES ENSEIGNANTS DU COLLÉGIAL DE L'ÉCHEC SCOLAIRE ET DE SES CAUSES

Plusieurs facteurs propres à l'enseignant influencent la réussite scolaire d'un étudiant, certaines directement liés aux approches pédagogiques ainsi qu'à la dynamique installée dans la salle de classe, comme en témoigne l'extrait suivant de Chbat (2005) :

> Plusieurs de nos collègues soutiennent que le taux de réussite des élèves dépend en bonne partie de la capacité de l'enseignant à les motiver, à varier ses méthodes pédagogiques, à susciter l'intérêt pour sa matière, à faire connaître clairement les critères de ses contrôles et à bien construire ces derniers après avoir préparé ses élèves pour les réussir, au meilleur de ses connaissances. (p.20)

D'autres facteurs sont également déterminants pour la réussite scolaire des élèves. Prenons, par exemple, la relation entre enseignant et étudiant. Bien que celle-ci ne soit pas la seule responsabilité de l'enseignant, elle doit demeurer ouverte pour qu'une telle relation puisse exister. Une bonne relation entre l'enseignant et l'enseigné encourage la persévérance et favorise l'apprentissage, et par conséquent, diminue les échecs scolaires (Chassé, 2006).

L'enseignant joue un rôle dans la réussite scolaire à travers la relation qu'il installe et entretient avec ses étudiants. Par ailleurs, il est curieux de noter que les enseignants s'attribuent volontiers le mérite de la réussite de leurs étudiants, mais qu'ils sont un peu plus réfractaires à s'attribuer les échecs de leurs étudiants. En effet, selon Berthelot (1991) :

> Par ailleurs, les enseignantes et enseignants prennent plus de distance à l'égard des résultats scolaires. La très grande majorité d'entre eux – entre huit et neuf sur dix selon l'ordre d'enseignement [huit dans le cas du collégial] – sont en désaccord avec l'affirmation selon laquelle « lorsque plusieurs élèves obtiennent de mauvais résultats dans une matière, l'enseignant/e en est le principal responsable ». On peut voir ici l'expression d'un certain paradoxe : d'un côté, le personnel enseignant est disposé à associer la qualité des apprentissages des élèves à sa compétence mais, d'un autre côté, il résiste à considérer les échecs scolaires comme étant également le fruit de son travail. (p.16)

Au propos de Berthelot (1991), nous ajouterons que plus il y a d'échecs dans une classe, plus l'enseignant est porté à s'en donner une part de responsabilité Chbat J. (2005).

Finalement, notons qu'une minorité d'enseignants considèrent que l'échec scolaire est un mal nécessaire. Selon Chbat J. (2005), « certains d'entre eux [les enseignants] affirment même l'utilité de l'échec chez les élèves dans une perspective de responsabilisation de ce dernier. » (p. 21). Ce fait est inquiétant puisque « […] les recherches en psychologie ont depuis longtemps établi un lien entre les croyances et les attitudes de l'enseignant, d'une part, et la persévérance scolaire des étudiants d'autre part. » (Chassé, 2006, p. 26).

1.5 LES DIFFICULTÉS RELIÉES AUX MATHÉMATIQUES DU COLLÉGIAL : DES LACUNES OU PRÉREQUIS EN QUESTION

Dans les précédentes sections, nous avons passé en revue différentes perceptions des étudiants et des enseignants sur les échecs en mathématiques au collégial et de leurs causes. Un aspect n'a toutefois pas été traité jusqu'ici : les difficultés liées à la matière présentée dans les cours de mathématiques au collégial, particulièrement dans le cours de calcul intégral (NYB), un cours préalable pour la plupart des parcours scientifiques universitaires et ainsi enseigné dans plusieurs programmes universitaires.

Prenons quelques instants pour définir les notions du cours de calcul intégral (NYB). L'énoncé de la compétence, selon le Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (2017), est « d'appliquer les méthodes du calcul intégral à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes » (p. 23). Les éléments abordés dans ce cours sont un approfondissement de la notion de limites (entamé dans le cours NYA), les règles et les techniques d'intégration, les propriétés et les applications des intégrales définies et indéfinies, le théorème fondamental du calcul différentiel et intégral, les équations différentielles à variables séparables et les séries de Taylor et de Maclaurin. (Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, 2017, p. 23)

Selon notre expérience, ainsi que de l'avis de plusieurs auteurs, dont Chbat (2005) et Turcotte (2014), les difficultés en mathématiques des étudiants du collégial découlent de lacunes parfois importantes avec des apprentissages préalables que certains situent au primaire, secondaire ou au collégial. Ce constat rend donc plus ardu l'apprentissage de matières supplémentaires. Dans le même ordre d'idées, Noircent et Tran (1980) affirment que plus un étudiant fait de liens entre le cours de mathématiques qu'il suit et ceux qu'il a précédemment fait, plus les résultats et la motivation de l'étudiant sont élevées. C'est ce qu'ont illustré Corriveau et Parenteau (2005) en regardant comment pouvait être aménagé le cours mathématiques 536 du secondaire pour mieux préparer les étudiants aux cours de mathématiques au collégial. De même, Corriveau et Tanguay (2007) mettent en évidence à travers le cours d'algèbre linéaire (NYC), l'obstacle du formalisme et de la démonstration.

Par rapport aux contenus du cours de calcul différentiel et intégral II (NYB), les éclairages de Tall (1992) sont édifiants sur les difficultés que l'on peut anticiper chez les étudiants, telles la notion de limite, l'incapacité d'imager mentalement une fonction, l'habitude d'utiliser des méthodes procédurales plutôt que de recourir à une approche privilégiant une compréhension conceptuelle, etc. De plus, l'étude de Selden, Selden, Hauk et Mason (2000) a démontré que les étudiants ayant réussi le cours de calcul différentiel (NYA) éprouvent toujours des difficultés avec les exercices mathématiques portant sur ces notions. Or, dans le plan du cours de NYB du cégep de Chicoutimi, il y est inscrit que : « Le cours 201-NYB s'appuie sur les notions du cours 201-NYA (préalable absolu) ». Nous en déduisons donc une difficulté supplémentaire pour les étudiants suivant le cours de NYB, car ceux-ci, à la suite de la réussite du premier cours de calcul différentiel (NYA) n'ont pas nécessairement les outils pour affronter le second cours (NYB).

1.6 PROBLÈME DE RECHERCHE : AU-DELÀ DU CONSTAT D'ÉCHEC ET DES DIFFICULTÉS DES MATHÉMATIQUES DU COLLÉGIAL; CONSIDÉRER LES PRATIQUES EFFECTIVES DES ENSEIGNANTS DU COLLÉGIAL

Comme nous l'avons montré dans les sections précédentes, plusieurs études se sont intéressées aux échecs en mathématiques au collégial, aux perceptions à la fois des étudiants et des enseignants sur ces échecs ainsi que leurs causes, mais également aux difficultés-matières au sens des obstacles inhérents aux notions mathématiques abordées dans un certain nombre de cours offerts dans le programme sciences et nature. Nos propres recherches ont surtout montré qu'il y avait des cours délaissés, tel le cours de NYB, car les premiers cours d'une séquence (c'est-à-dire le cours NYA en analyse et NYC en algèbre) étaient ceux les plus souvent considérées dans les études. Afin de pallier ce manque dans les travaux en mathématiques du collégial, nous envisageons dans cette recherche de nous pencher sur les contenus abordés ainsi que les tâches proposées aux étudiants dans le cours NYB, et ce, pour dégager, à l'instar de l'étude de Corriveau (2007), la complexité de l'activité mathématique sollicitée chez les étudiants et anticiper quelques-unes de leurs difficultés.

Aussi, nous avons pu constater à travers notre revue de littérature que lorsqu'il est question d'échec scolaire, les raisons avancées abondent : l'étudiant n'a pas une bonne méthodologie de travail ni de bonnes bases en mathématiques, etc. Les recherches nous éclairent beaucoup sur les étudiants (perceptions, rapport aux mathématiques). En effet, ces derniers s'attribuent une part importante de ces échecs. Il est curieux de constater que très peu de recherches ont porté un regard sur l'activité effective en classe. Nous pouvons même ajouter que très peu de recherches à notre connaissance expliquent les échecs scolaires par l'enseignement en salle de classe.

1.7 OBJECTIFS ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Dans le cadre de cette recherche, nous nous intéressons aux raisons des échecs scolaires dans le cours de calcul intégral (NYB). Au-delà des contenus abordés et des tâches proposés dans le cours NYB, nous nous intéresserons particulièrement aux pratiques effectives que l'on observe en salle de classe afin d'éclairer le rôle de l'enseignement dans ces apprentissages problématiques. Nous comptons donc passer à la loupe les pratiques ordinaires d'un enseignant pendant des séances de classes ciblées portant sur les concepts clefs de ce cours.

L'approche privilégiée pour observer et analyser les pratiques effectives de quelques enseignants sera à la fois didactique et ergonomique (Robert, 2001). Le volet didactique de l'approche portera sur les activités proposées aux étudiants et sur les pratiques de l'enseignant ayant pour but les apprentissages des étudiants. Le volet ergonomique, quant à lui, portera sur la réalité du métier d'enseignant en mathématiques au collégial, à ses contraintes et à toutes ces choses que l'enseignant fait pour lui-même (de façon consciente ou inconsciente) et non pour la réussite de ses étudiants (comme dans la première approche). Cette double approche, didactique et ergonomique, aux points de vue complémentaires aiderons à saisir le rôle effectif de l'enseignant dans les apprentissages des étudiants inscrits au cours de calcul différentiel et intégral.

Nous avons choisi le milieu collégial pour deux raisons principales. La première est que l'échec scolaire y occupe une place prépondérante et mérite que l'on s'en préoccupe. La seconde étant que les enseignants n'ont qu'une formation générale, ce qui rend la double approche d'autant plus intéressante. En effet, il n'est pas obligatoire pour un enseignant de niveau collégial de disposer de notions didactiques ou même pédagogiques pour enseigner. Les critères de recrutement reposent essentiellement sur leur expertise disciplinaire, soit la maîtrise des contenus mathématiques à enseigner au collégial (Chbat, 2004). Ainsi, les enseignants comptent souvent sur leur seule expérience ou sur celle de leurs collègues pour mener à bien l'enseignement de leur cours.

De plus, notre choix du cours de calcul intégral (NYB) est d'autant plus intéressant puisque ce cours semble délaissé par la plupart des recherches portant sur les mathématiques du collégial même si ce dernier n'est pas mieux réussi que les autres. Pourquoi ce manque d'intérêt pour le cours NYB? Quelles sont les difficultés rencontrées par les étudiants durant ce cours? Comment les enseignants en tiennent-ils compte dans leur planification? Surtout, en quoi les pratiques effectives d'enseignement jouent-elles un rôle dans les difficultés constatées chez les étudiants du collégial avec le cours de calcul intégral (NYB)? Voilà les questions qui mériteront notre attention dans cette étude.

Le deuxième chapitre de ce mémoire portera sur le cadre théorique dans lequel nous aborderons les principales notions et définitions utilisées dans notre recherche.

Le troisième chapitre portera sur la méthodologie utilisée dans ce mémoire. Il présente les modes de collecte des données et les méthodes choisies pour analyser ces données. Plus spécifiquement, nous nous pencherons sur le cas d'un enseignant donnant le cours NYB et nous documenterons à la fois les tâches demandées aux étudiants (complexité relative des tâches, etc.) et l'animation faite en classe (discours de l'enseignant, gestion de l'activité mathématique, etc.), le tout avec une double approche (didactique et ergonomique).

Les quatrième et cinquième chapitres porteront sur l'analyse des données collectées durant cette recherche et sur les résultats obtenus à la suite de l'analyse. Plus spécifiquement, le quatrième chapitre portera sur l'analyse des problèmes faits en classe et les différentes difficultés rencontrées par les étudiants dans les techniques d'intégration mobilisées. Le cinquième chapitre se concentrera davantage sur l'activité dans la classe de l'enseignant, soit comment ce dernier prend en compte les difficultés des étudiants dans le cadre de son enseignement. Une interprétation de nos résultats de recherche ainsi qu'une conclusion seront présentées dans le dernier chapitre.

CHAPITRE 2

CADRE THÉORIQUE

2.1 INTRODUCTION

Dans cette étude nous chercherons à savoir en quoi les contenus abordés et les tâches proposées dans le cours NYB ainsi que les pratiques effectives d'enseignement influencent les difficultés rencontrées par les étudiants du collégial dans le cours de calcul intégral (NYB). Pour nous outiller conceptuellement à répondre à cette interrogation, nous consacrerons la première partie du cadre théorique aux contenus abordés et aux difficultés anticipées par le contenu du cours. La seconde partie du cadre théorique aura pour but de présenter les différentes méthodes d'analyse des pratiques enseignantes ainsi que leurs concepts clés.

2.2 LES NOTIONS MATHÉMATIQUES DU COURS NYB ET QUELQUES DIFFICULTÉS ASSOCIÉES

Nous avons parlé brièvement dans le chapitre précédent des difficultés vécues par les étudiants de cours de mathématique au collégial. Cependant, nous n'avons pas beaucoup élaboré sur les difficultés des nouvelles notions mathématiques du collégial, c'est-à-dire les difficultés associées aux nouvelles mathématiques du collégial que nous caractériserons avec Robert (1998) de « mathématiques expertes ». Ce sont des mathématiques qui ressemblent de plus en plus aux mathématiques des mathématiciens professionnels, tant au point de vue du savoir que des pratiques attendues des étudiants par les enseignants. Afin de bien cerner ces difficultés, cette section présente une description plus approfondie du cours de calcul intégral, une présentation des éléments de complexité reliés aux mathématiques dites expertes et une description de quelques difficultés à considérer avec le cours NYB.

2.2.1 LE CONTENU DU COURS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Le cours de calcul intégral arrive à la deuxième et la troisième session du programme de science de la nature et comporte les éléments de compétence suivants (Gouvernement du Québec, 2000) :

- Déterminer l'intégrale indéfinie d'une fonction.
- Calculer les limites de fonctions présentant des formes indéterminées.
- Calculer l'intégrale définie et l'intégrale impropre d'une fonction sur un intervalle.
- Traduire des problèmes concrets sous forme d'équations différentielles et résoudre des équations différentielles simples.
- Calculer des volumes, des aires et des longueurs et construire des représentations graphiques dans le plan et dans l'espace.
- Analyser la convergence des séries.

Dans le cadre de cette recherche, nous nous intéresserons particulièrement aux différentes techniques d'intégration qui s'avèrent un critère de performance dans ce cours. Plus particulièrement, nous ciblerons les techniques d'intégration suivantes : le changement de variable, l'intégration par parties, l'intégration de fonctions trigonométriques, l'intégration par substitution trigonométrique et l'intégration de fonction rationnelle en une somme de fractions partielles. Bref, nous nous attarderons aux sections 1.6, 3.1, 3.2 et 3.3 du manuel *Calcul intégral-11e édition* (Thomas, Godbout, & Boulanger, 2009), l'un des manuels de référence utilisés par les enseignants de ce cours.

Le choix des techniques d'intégration exposées précédemment découle de notre propre expérience d'enseignement du calcul intégral au cégep dans le programme de science humaine et dans le cadre du cours de mise à niveau de mathématique collégial donné à l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC). Cette expérience nous a mené à comprendre que les étudiants ont de la difficulté à saisir comment amorcer le calcul d'une intégrale, c'est-à-dire comment choisir la bonne technique d'intégration.

2.2.2 COMPLEXITÉ DES NOTIONS MATHÉMATIQUES DU COURS NYB

Comme discuté précédemment, lorsque nous parlons de « connaissances complexes » nous faisons référence à des mathématiques qui commencent à ressembler à celles du mathématicien professionnel dont l'activité peut être caractérisée par les six éléments suivants : 1) le caractère disponible d'un grand nombre de connaissances mathématiques et leur organisation; 2) la disponibilité de plusieurs types de questionnement (questions de structure, d'homogénéité, des interrogations sur le caractère global ou local, fini ou infini, etc.); 3) l'existence de situations de référence voire de points d'appui pour exemplifier une propriété ou mettre à l'épreuve une hypothèse, pour ne donner que ces exemples; 4) le recours ou l'utilisation de mises en relation, de généralisations, mais aussi de particularisations originales; 5) la nécessité d'avoir à calculer longtemps (parfois à l'aide d'un ordinateur); 6) l'importance de l'écriture, cette dernière étant de plus en plus formelle et rigoureuse. (Robert, 1998, pp. 144-145)

Quatre dimensions ont été développées par Robert (1998) afin de tenter d'accéder à la complexité des notions mathématiques expertes. Les analyses correspondantes à ces dimensions permettent de mieux repérer, dans des problèmes, les difficultés signalées afin d'établir un diagnostic des connaissances des étudiants, de proposer aux étudiants des problèmes susceptibles de les aider à surmonter certaines difficultés ou bien encore pour orienter des choix d'introduction dans l'enseignement de certaines notions. Ces quatre dimensions sont : 1) les outils/objets, cadres, registres; 2) le statut des notions à enseigner quant à leur insertion dans le paysage mathématique des élèves; 3) les niveaux de conceptualisation; 4) les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances par les élèves. Pour Robert (1998), ces quatre dimensions peuvent être caractérisées de la sorte :

> Les trois premières dimensions sont des caractéristiques strictement liées aux notions et à leurs domaines d'applications, telles qu'elles sont introduites dans les programmes (et, en gros, dans les manuels et dans les cours), la dernière en revanche s'intéresse aux mises en fonctionnement de ces notions dans des problèmes. (p.159)

Pour les besoins de cette recherche, nous estimons que seules la deuxième et la dernière dimension nous seront utiles. Dans ce qui suit, nous nous limiterons donc à ces deux dimensions que nous définirons.

2.2.2.1 LA DIMENSION 2 : LE STATUT DES NOTIONS À ENSEIGNER QUANT À LEUR INSERTION DANS LE PAYSAGE MATHÉMATIQUE DES ÉTUDIANTS

Cette dimension caractérise le statut de la mise en fonctionnement d'une notion et la définition des liens entre les notions. Notamment, « elle nous aide à préciser le saut que les élèves ont à franchir pour passer des connaissances actuelles aux connaissances visées, et donc à le préparer au mieux. » (Robert, 1998, p. 160) de telle sorte qu'il est important d'analyser les liens entre les notions construites et celles à construire. Définissons ici les quatre statuts (non indépendants) des notions abordées dans l'enseignement : 1) les notions peuvent être présentées aux élèves directement comme des extensions de notions déjà introduites; 2) les notions peuvent être présentées aux élèves comme réponses à de nouveaux problèmes précis; 3) les notions ne correspondent qu'à l'introduction d'un formalisme adapté; 4) les notions sont généralisatrices, unificatrices et porteuses d'un nouveau formalisme.

Il existe trois approches différentes et donc trois scénarios d'enseignement différents associés afin d'introduire une nouvelle notion. Le premier type de scénario porte sur une notion présentée comme une extension d'une autre qui est déjà maîtrisée. On propose alors des problèmes du même type que celui que les étudiants connaissent et ainsi ces problèmes continuent à avoir du sens. L'objectif ici étant de permettre à l'élève de constater par lui-même l'intérêt de la nouvelle notion avec ce qu'il connaissait déjà. Le deuxième type de scénario porte sur une notion présentée comme correspondant à la réponse d'un problème que les étudiants peuvent comprendre. Il suffit alors de la présenter comme telle avec la même stratégie que le premier type de scénario présenté. Le dernier type de scénario porte sur les nouvelles notions qui sont généralisatrices, unificatrices et formalisatrices. Ces notions sont les plus difficiles à introduire, cependant elles peuvent être préparées par des activités de révision, d'actualisation, etc. Il est préférable dans ce dernier cas de faire des détours, d'utiliser des analogies ou de mettre en évidence certains éléments.

2.2.2.2 LA DIMENSION 4 : LES NIVEAUX DE MISES EN FONCTIONNEMENT DES CONNAISSANCES PAR LES ÉLÈVES

Avant d'aller plus loin dans cette section, spécifions qu'il y a deux logiques avec le travail personnel de l'élève ou de l'étudiant et l'attitude de ce dernier envers les études en général (Robert, 1998) : 1). La logique de la réussite (où le but principal de l'étudiant est la réussite du cours, souvent en réalisant des apprentissages superficiels, sans aller jusqu'à remettre en question les apprentissages antérieurs); 2) la logique de l'apprentissage (où, au contraire, l'étudiant souhaite arriver à des apprentissages plus authentiques, changer ses méthodes de travail, etc.).

La dimension 4 de Robert (1998) porte sur les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances par les élèves à un niveau scolaire donné. À cet égard, il existe trois niveaux de mise en fonctionnement, soit le niveau technique, le niveau des connaissances mobilisables et le niveau des connaissances disponibles. Le premier niveau correspond à des contextualisations simples, sans étapes, sans travail préliminaire de reconnaissance et sans adaptation. L'important est de comprendre le fonctionnement de l'outil. Cependant, les connaissances de ce type sont fragiles, car les étudiants ne peuvent plus mobiliser leurs connaissances dès que l'énoncé change ou qu'une adaptation est nécessaire. Soulignons que ce niveau est fortement lié avec la logique de la réussite. Le deuxième niveau, celui des connaissances mobilisables, s'inscrit dans un contexte plus large que le premier et « […] teste une mise en fonctionnement où existe un début de juxtaposition de savoirs dans un domaine donné, voire d'organisation. » (Robert, 1998, p. 166). Cependant, on se situe toujours avec ce deuxième niveau dans une situation où l'étudiant sait ce qu'il doit appliquer. Le dernier niveau de mise en fonctionnement, celui des connaissances disponibles, correspond à savoir résoudre un problème sans indications ou indices. L'étudiant doit par lui-même aller chercher les connaissances qui interviennent dans la résolution d'un problème. Il est aidant à ce niveau pour l'étudiant d'avoir des repères, une organisation.

Partant de ces trois niveaux de mise en fonctionnement, un problème persiste : « tout se passe comme si certains enseignants renonçaient à faire dépasser à certains élèves le niveau technique. » (Robert, 1998, p. 167). Or, ce niveau offre de bons résultats à court terme, mais est insuffisant à long terme. Toujours selon Robert (1998), un enseignement de bonne qualité doit prendre en compte les trois niveaux et ne pas seulement se centrer sur le premier niveau ou se confiner dans une logique de réussite.

2.2.3 PRATIQUES ATTENDUES ET DIFFICULTÉS POUR LES ÉTUDIANTS DES MATHÉMATIQUES EXPERTES

Robert (1998) a mis en évidence différentes difficultés constatées auprès d'étudiants confrontés à des *mathématiques expertes*, expression utilisée également par Corriveau (2007) et Fulvi (2010) dans le cadre de leur mémoire de maîtrise en didactique des mathématiques. Les paragraphes suivants présentent plusieurs pratiques attendues *avec des exemples de notre cru* pour le cours analysé.

2.2.3.1 PLUSIEURS DIFFICULTÉS DE L'ORDRE DE LA NATURE DES DÉMONSTRATIONS ATTENDUES DES ÉTUDIANTS

Ici, nous présenterons sept difficultés avec les démonstrations attendues des étudiants de niveau collégial. La première difficulté est la présence de problèmes ignorés jusqu'à maintenant. De nouveaux types de problèmes ont fait leur apparition tels les problèmes d'unicité ou d'existence, des problèmes de construction ou des problèmes rendant difficiles tout calcul explicite, comme ceux mettant en jeu des relations de récurrence.

La seconde difficulté est la pluralité d'éléments nécessaires à une démonstration où il faut souvent prendre en considération plusieurs arguments qui sont plus ou moins imbriqués entre eux. Les résolutions d'intégrale présentées plus bas en sont de bons exemples.

La troisième difficulté décrite par Robert (1998) est la répétition de certains arguments ou la pluralité des variables en jeu. Pour illustrer cette difficulté, prenons pour exemple l'intégration par partie afin de résoudre le problème ci-dessous.

$$\int x^2 e^x dx$$

La résolution d'une telle intégrale est la suivante :

Posons u = x^2, et dv = e^x. Nous trouvons ainsi que du = 2x et que v = e^x. En utilisant l'intégration par partie qui est représentée par la formule suivante :

$$\int udv = uv - \int vdu$$

Ainsi, dans notre problème nous trouvons :

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - \int 2xe^x dx$$

Or, nous avons toujours une intégrale dont nous ne connaissons pas la réponse. Alors, nous résolvons cette intégrale par une autre intégration par partie. Donc en posant, pour la seconde fois : u = 2x et dv = e^x où du = 2 et v = e^x, nous trouvons finalement

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - \int 2xe^x dx = x^2 e^x - \left(2xe^x - \int 2e^x\, dx\right)$$
$$= x^2 e^x - 2xe^x + 2e^x + c$$

La quatrième difficulté est la mise en relation et/ou la prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé. Dû au fait que les exercices et les demandes sont de plus en plus complexes, cela implique qu'il faut parfois considérer plusieurs aspects sous-jacents à un énoncé. Prenons un exemple dans le domaine de l'analyse :

$$\int \cos^3 x \, dx$$

Pour résoudre un tel problème, il faut d'abord penser à l'identité trigonométrique suivante $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ et que la dérivée de $\sin x$ est $\cos x$. Ainsi, nous avons :

$$\int \cos^2 x \cos x \, dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x dx$$

Pour résoudre cette intégrale, nous devons utiliser la méthode de la substitution, alors posons u = sin *x* et du = cos *x* d*x*.

$$\int \cos^2 x \cos x \, dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x dx \ \ = \int (1 - u^2) du = u - \frac{1}{3} u^3 + c$$

Où enfin, nous trouvons :

$$\int \cos^2 x \cos x \, dx = \sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + c$$

La cinquième difficulté est la sélection d'informations, car dans certains types d'exercices, il peut arriver que l'on ne retienne qu'une partie de l'information, car le théorème entier, par exemple, n'est pas utile. Prenons la résolution de l'intégrale suivante :

$$\int e^x \sin x \, dx$$

Pour résoudre cette intégrale, nous devons utiliser l'intégration par partie. Posons u = sin *x*, dv = e^x. Nous trouvons alors que du = cos *x* et v = e^x.

$$\int e^x \sin x\, dx = e^x \sin x - \int e^x \cos x\, dx$$

Encore une fois, nous remplaçons notre intégrale par une intégrale dont nous ne connaissons pas l'expression. Un deuxième changement de variable s'impose où u = cos *x*, dv = e^x. Ainsi du = -sin *x* et v = e^x et on retrouve l'expression suivante :

$$\int e^x \sin x\, dx = e^x \sin x - \left(e^x \cos x + \int e^x \sin x\, dx\right)$$

L'astuce est de se rendre compte que nous avons la même intégrale à droite et à gauche de l'équation, ainsi :

$$2\int e^x \sin x\, dx = e^x \sin x - e^x \cos x$$

De la sorte, nous trouvons la solution de notre intégrale sans avoir toutefois calculé une seule intégrale.

$$\int e^x \sin x\, dx = \frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{2} + c$$

La sixième difficulté est le changement de points de vue à introduire sans indications. Il s'agit de situations où il faut changer l'angle d'attaque d'un certain problème, et ce, sans indication de la part de l'enseignant. Soulignons que cet aspect est très peu souligné par les enseignants qui passent sous silence ces changements de tactique au détriment parfois de l'étudiant (Robert, 1998). Nous retrouvons ce type de situation lorsque les problèmes sont riches et qu'ils peuvent se résoudre de différentes manières.

Encore une fois, prenons l'exemple du calcul d'une intégrale. Démontrons que :

$$\int \tan x \, dx = \ln|\sec x| + c$$

Pour résoudre cette intégrale, il faut travailler avec l'identité $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ et ainsi, la résolution de ce problème devient :

$$\int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\ln|\cos x| + c$$

Cependant, pour obtenir le résultat souhaité, il faut également utiliser une identité des logarithmes. D'où notre résultat :

$$\ln|\cos x^{-1}| + c = \ln|\sec x| + c$$

La dernière difficulté est que toutes les méthodes ne sont plus équivalentes, la rapidité devient un facteur de réussite. Compte tenu des problèmes qui sont de plus en plus complexes et parfois long à résoudre, les mauvaises méthodes où les mauvaises stratégies de résolution sont plus dommageables.

2.2.3.2 L'ORGANISATION DES CONNAISSANCES ATTENDUE DES ÉTUDIANTS

En plus des difficultés que nous venons d'aborder, nous évoquerons dans cette section une autre source de difficultés pour les étudiants : les nouvelles attentes des enseignants du collégial en terme d'organisation des connaissances. En effet, les enseignants du collégial attendent de leurs étudiants un début d'organisation des connaissances qui est souvent implicite. Or, au début de leur scolarité au collégial, les connaissances des étudiants sont souvent bien utilisées lorsqu'elles sont demandées, mais ne sont pas disponibles pour autant pour les étudiants (Robert, 1998). Ce qui est encore plus problématique, c'est que les enseignants s'attendent également que cette organisation se fasse d'elle-même.

2.2.3.3 LE TRAVAIL PERSONNEL À LA MAISON

Une dernière attente des enseignants envers leurs étudiants porte sur leur travail personnel. En effet, sans toutefois le lui notifier clairement, le travail personnel au collégial devient de plus en plus important pour suppléer au travail en classe qui n'est plus suffisant. Par exemple, il devient impossible d'espérer faire en classe tous les types de problèmes possibles, ceux-ci étant trop nombreux. L'organisation de ce travail personnel et son efficacité devient problématique pour certains étudiants, surtout ceux qui privilégient une logique de réussite au détriment d'une logique d'apprentissage.

2.3 APPROCHES D'ANALYSE DE PRATIQUES ENSEIGNANTES

Rappelons que dans le cadre de notre recherche, nous nous intéresserons particulièrement au rôle des pratiques effectives dans les difficultés en mathématiques des étudiants de niveau collégial. Dans ce mémoire, l'expression « pratiques enseignantes » renvoie à « l'ensemble des activités de l'enseignant qui aboutissent à ce qu'il met en œuvre en classe » (Robert, 2001, p. 66), incluant les projets plus ou moins implicites activés par les enseignants au moment de la préparation de séances. Ainsi, en parlant de pratiques en classe nous désignons « tout ce que dit et fait l'enseignant en classe, en tenant compte de sa préparation, de ses conceptions, et connaissances mathématiques et de ses décisions instantanées, si elles sont conscientes » (Robert, 2001, p. 66).

Afin d'éclairer le rôle des enseignants dans les apprentissages des étudiants et par conséquent leurs difficultés éventuelles, on recourt à des recherches sur les pratiques enseignantes.

La question qui se pose donc est comment, en didactique des mathématiques, analyser les pratiques enseignantes? Au moins deux démarches sont possibles, la première démarche modélisatrice dans laquelle nous cherchons à déterminer un modèle de fonctionnement de l'enseignement comme dans les recherches menées par Chevallard (1999). La seconde démarche, que nous pouvons qualifier d'empirique dans le sens qu'elle privilégie une entrée moins théorique qui est centrée sur des problèmes vécus de la profession enseignante, telles les recherches entreprises par Robert (2001), Roditi (2003), Pariès (2004) et Tambone (2010). Dans ce qui suit, pour les fins de notre étude, nous nous attarderons à une démarche relevant du second type pour analyser les pratiques enseignantes : la double approche. Cette seconde démarche est qualifiée de double approche car elle combine en fait deux points de vue Robert (2001) : 1) les effets des pratiques sur les apprentissages potentiels des élèves (ici, un point de vue didactique); 2) le travail spécifique de l'enseignant (ici, un point de vue ergonomique centré sur le métier d'enseignant). Pourquoi une double approche? La citation suivante de Roditi (2003) est éloquente comme réponse : « le professeur cherche à concilier des objectifs d'apprentissage et des impératifs professionnels qui s'expriment par rapport à lui, et pas seulement par rapport à ses élèves. » (p. 185) Comme on le verra dans la suite de ce travail, c'est cette perspective didactique-ergonomique ou encore apprentissage-métier que nous emprunterons afin de voir clair dans cette problématique des difficultés en mathématiques des élèves du collégial.

2.3.1 PREMIÈRE APPROCHE : L'ACTIVITÉ DE L'ENSEIGNANT « TOURNÉE VERS SES ÉTUDIANTS »

Nous aborderons ici le premier volet de la double approche, celui où nous nous concentrerons sur les pratiques enseignantes qui ont essentiellement pour but l'apprentissage des étudiants. Dit autrement, ce qui est pris en compte dans cette première approche est l'activité du professeur tournée vers les étudiants ou les effets potentiels des pratiques des enseignants sur les apprentissages des étudiants. Pour une telle approche, le cadre utilisé est celui de la didactique des mathématiques (Robert, 2001). Dans ce qui suit, nous présenterons quelques outils ou concepts empruntés aux recherches en didactique des mathématiques qui pourront aider à éclairer les liens entre enseignement et apprentissage.

2.3.1.1 LES CONCEPTS DE CHAMP MATHÉMATIQUE D'UNE SÉQUENCE ET DE STRATÉGIE D'ENSEIGNEMENT

Lorsqu'il est question du champ mathématique de la séquence, nous entendons par là tout le contenu mathématique travaillé durant la séquence observée, plus précisément les notions, les théorèmes, les exemples, les situations, etc.

Lorsque nous parlerons de stratégie d'enseignement, nous entendons l'ordre dans lequel le professeur a fait le choix d'exposer sa matière par rapport au cheminement choisi. De plus, nous remarquons « que la répartition des activités effectives des élèves donne une bien plus grande variabilité des pratiques des professeurs que celle qui était constatée en analysant les tâches prescrites. » (Roditi, 2003, p. 206). C'est-à-dire qu'il y a une différence entre ce que le professeur avait planifié de faire et ce qu'il a fait en classe. Nous en déduisons qu'il est important d'aller observer sur le terrain ce qui se fait et non seulement ce qui a été planifié. Nous pouvons expliquer ce phénomène en donnant le cas d'un professeur qui pose des questions complémentaires à la suite d'un exercice demandé. La plupart du temps, ces questions sont posées dans le but de consolider ou d'appuyer la stratégie d'enseignement mais n'ont pas été nécessairement planifiées par l'enseignant.

2.3.1.2 LE CONCEPT DE TÂCHE

Nous entendons par tâche ce qui est prescrit ou demandé aux élèves, et ceci peut avoir trois formes : la tâche simple et isolée (« elle ne demande que l'application immédiate d'une règle ou d'une propriété » (Pariès, 2004, p. 256)), la tâche simple (« toutes les tâches qui demandent un travail de reconnaissance pour appliquer un résultat, celles qui demandent des répétitions » (Pariès, 2004, pp. 256-257)) et la tâche complexe (celle « qui amène les élèves à conjecturer, à adapter, à choisir une propriété parmi plusieurs, à faire un raisonnement en plusieurs étapes » (Pariès, 2004, p. 257)). Nous pouvons faire un lien entre ces définitions et celles proposées à la section 2.2.2.2, de sorte qu'une tâche simple et isolée se situe au niveau technique, une tâche simple se situe au niveau des connaissances mobilisables et une tâche complexe se situe au niveau des connaissances disponibles.

Pour arriver à résoudre ces tâches, il faut d'abord différencier l'activité potentielle (ce que l'étudiant doit faire pour réaliser la tâche), l'activité effective (ce que l'étudiant a fait pour réaliser la tâche) et l'activité réelle (« … ce qu'aurait pu être l'activité réelle, en fonction de l'activité potentielle et des productions recueillies… » (Roditi, 2003, p. 192)). Ce qui est intéressant par rapport aux tâches, c'est qu'elles sont liées à la vision qu'a l'enseignant à propos de la force de son groupe. Plus précisément, le professeur va tenir compte de la force de son groupe afin d'adapter sa distribution des tâches en conséquence. Nous pouvons en déduire que plus le groupe est jugé faible, plus il y aura de tâches simples et isolées ou de tâches simples et plus le groupe est jugé fort, plus les tâches seront simples ou complexes (Pariès, 2004). Ainsi, le niveau que l'enseignant donne à son groupe doit être une variable à prendre en considération.

2.3.1.3 LA NOTION DE DISCOURS

Le discours est un aspect de la pratique de l'enseignant qui joue un rôle important dans les apprentissages des étudiants. Par exemple, dans l'étude de Pariès (2004), l'enseignant prononce de 75 % à 91 % des mots dans sa salle de classe. Il importe donc de se pencher sur le discours de l'enseignant à la fois dans ses fonctions, ses buts et ses structures.

Il existe deux grandes catégories qui regroupent les différentes fonctions d'un discours. Tout d'abord il y a les « fonctions cognitives » qui servent à instaurer du savoir (mathématique dans notre situation). Par la suite, il y a les fonctions « non cognitives » qui elles servent davantage à créer une ambiance propice à l'apprentissage, c'est-à-dire à s'assurer de la compréhension des consignes d'une activité, d'un bon climat de classe et de s'assurer d'une bonne écoute des élèves. Dans l'étude de Pariès (2004), le quart du discours de l'enseignant porte sur les fonctions non cognitives, ce qui témoigne de leur grande importance en classe pour nombre d'enseignants.

Pour ce qui est des fonctions cognitives, celles-ci se divisent en six catégories : 1) la fonction de *distribution des tâches* allant de l'énoncé à l'activité à mettre en place; 2) *l'introduction d'une sous-tâche* où l'on fractionne la tâche en plusieurs petites parties plus simples; 3) le *bilan* qui sert à donner la solution attendue en tout ou en partie; 4) la fonction d'*évaluation* où l'enseignant donne son appréciation du travail des étudiants autant de leurs solutions que de leurs propositions 5) la *justification* qui se présente lorsque l'enseignant demande de justifier un résultat ou une démarche; 6) la fonction de *structuration* qui permet de détailler la séquentialité de l'action, de conclure sur les apprentissages construits ou mobilisés au terme de l'activité (Pariès, 2004).

Encore une fois, la représentation qu'a l'enseignant du niveau académique du groupe joue un rôle dans les fonctions du discours, c'est-à-dire qu'un enseignant va utiliser davantage l'évaluation lorsque le groupe est considéré fort que dans le cas contraire. Notons que l'évaluation, selon Pariès (2004), demeure la principale fonction du discours, peu importe le niveau des élèves.

Quant aux fonctions non cognitives, on peut les diviser en quatre types : 1) l'« engagement » qui permet d'inciter les élèves à participer; 2) la « mobilisation » de l'attention qui a pour objectif d'augmenter la concentration des étudiants; 3) l'« encouragement » qui permet de motiver les étudiants à trouver les solutions demandées ou lorsqu'ils ont réussi; 4) la « mutualisation » de la réponse qui permet de faire bénéficier aux groupes les commentaires ou réponses d'un étudiant.

Après avoir évalué les fonctions du discours, il est normal de s'interroger sur ses buts. Les buts illocutoires sont répartis en deux grandes catégories : 1) ceux visant à mettre les élèves en activité et, 2) ceux qui indiquent ce que le professeur prend en charge (Pariès, 2004). La première catégorie comprend le *but directif*, c'est-à-dire celui qui veut faire réagir les élèves et le *but commissif/directif,* où l'enseignant souhaite introduire l'étudiant dans une démarche, une réflexion ou une action commune. La première catégorie qui veut amener l'étudiant à s'investir est amplement utilisée par les enseignants. Dans la seconde catégorie, nous retrouvons le *but assertif* où l'enseignant expose la vérité ou du moins la version qu'il s'en fait, le *but déclaratif* qui « permet de changer l'état du monde par le seul fait de son énonciation » (Pariès, 2004, p. 262), le *but commissif* qui indique les intentions de l'enseignant dans un futur proche et finalement le *but expressif* qui exprime l'état psychologique de la personne. En outre, l'expression de but directif ou commissif/directif est majoritaire dans tous les discours analysés par Pariès (2004).

Un autre aspect que révèle l'analyse du discours est la forme que celui-ci tente de prendre dans une interaction, c'est-à-dire la place que l'enseignant va donner à son étudiant et vice-versa lors d'un échange en classe. Il y a quatre formes que nous pouvons retrouver dans un discours. La première ressemble à la forme *poupée russe*, l'enseignant amène la conversation où il le veut et les étudiants ont une petite marge de manœuvre. La seconde est en forme d'*éventail* où plusieurs propositions sont mises en parallèle ce qui amène une certaine forme d'autonomie pour l'élève. La troisième forme ressemble à une *pyramide* et nous la retrouvons lorsque nous souhaitons élargir un raisonnement. La dernière forme est nommée *duo* et représente la forme où l'enseignant et l'étudiant échangent un après l'autre pour apporter de nouveaux éléments. Les formes que prend le discours donnent un aperçu de la démarche du professeur et d'une certaine façon de sa vision de l'enseignement. Dans l'étude de Pariès (2004), près de la totalité des échanges sont faits sous les formes « poupée russe » et « éventail ».

2.3.1.4 LE CONCEPT D'INCIDENTS

Bien que le discours soit très important à décrire, il y a encore d'autres éléments qui y sont reliés. Par exemple, à mi-chemin entre le discours, le champ mathématique et la stratégie d'enseignement, nous retrouvons les types d'incidents que le professeur peut rencontrer durant son cours et la gestion de ces derniers. Ces deux éléments sont importants à regarder dans les analyses de pratiques enseignantes. Un incident est tout acte ou intervention publique d'un étudiant qui démontre une incompréhension par rapport à la matière enseignée. Nous le retrouvons sous diverses formes : par la « question », la « réponse erronée ou incomplète », l'« erreur », le « silence » ou le « désaccord alors que personne n'a tort ».

Il y a trois aspects sur lesquels l'incident peut porter : 1) sur aucune notion du champ mathématique; 2) sur l'objet d'enseignement, mais qui n'est pas directement lié à la stratégie d'enseignement; 3) sur l'objet d'enseignement qui est directement lié à la stratégie d'enseignement (Roditi, 2003). Cependant, ce n'est pas tant l'incident qui est intéressant à analyser, mais surtout sa gestion, c'est-à-dire la réaction de l'enseignant devant cette intervention ou de cette non-intervention de l'étudiant. Voici quelques exemples de gestion d'incidents : ignorer l'incident, lui répondre (avec ou sans explication supplémentaire), enrichir le sujet pour en arriver à la réponse attendue, relancer l'étudiant en le guidant, lui ou un autre, vers le bon raisonnement. L'adaptation est représentée par le triplet incident-gestion-contexte dans ce scénario.

Dans une classe, il a été démontré que les incidents sont nombreux et que la majorité est due à la notion mathématique et à la stratégie d'enseignement (Roditi, 2003). De plus, peu importe la classe observée, Roditi (2003) amène que « la fréquence des erreurs ou des silences d'élèves interrogés est la même dans toutes les classes, mais ce n'est pas vrai pour les autres incidents. » (p.208). Ajoutons qu'il a été mis de l'avant que la conception de l'apprentissage de l'enseignant et sa stratégie d'enseignement influençaient beaucoup la gestion des incidents (Roditi, 2003).

2.3.1.5 L’UTILISATION DU TABLEAU

L’utilisation du tableau est considérée comme une routine, car celle-ci représente « une chose » qui se répète, qui n’est pas improvisée, mais qui également n’est pas prévue et qui représente un certain automatisme. Les routines ont un aspect intéressant à observer en recherche, car « nous faisons l’hypothèse que l’observateur, intéressé dans une analyse de pratiques par ces choix, peut en reconstituer certains à partir d’une recherche de routines, qui se voient mieux, par leur répétition même. » (Robert & Vandebrouck, 2002, p. 1).

Il y a trois types d’utilisation du tableau qui peuvent apparaître pour un même enseignant : 1) le tableau lieu d’écriture; 2) le tableau lieu de savoir; 3) le tableau lieu de travail. Le tableau « lieu d’écriture » est utilisé comme support visuel où l’enseignant écrit en même temps qu’il parle. Son utilisation étant très liée au présent, donc ce qui est écrit peut être immédiatement effacé. Les étudiants n’ont pas nécessairement à recopier, cependant ils doivent suivre ce qui se passe, car il peut y avoir, entre autres choses, des tracés incomplets, des formules, des dessins, ce qui est dangereux pour les étudiants qui sont décalés avec la séance de cours (Robert & Vandebrouck, 2002).

Le tableau « lieu de savoir » joue le même rôle qu’un livre, c’est-à-dire que les phrases sont complètes, structurées et bien rédigées. Les étudiants connaissent souvent déjà le contenu de ce qui est écrit. Il est très peu modifié par les réactions des étudiants. Ceux-ci ont à recopier ce qui est indiqué au tableau, c’est d’ailleurs leur seule activité et ils ne s’approprient pas réellement le contenu. L’écrit est identique à l’oral et lui succède et donc l’étudiant n’a pas nécessairement besoin de regarder le tableau. On peut utiliser cette méthode pour être égalitaire, afin que tout le monde soit à la même place au même moment.

Finalement, le tableau lieu de travail donne la possibilité de montrer un travail temporaire qui n'est pas nécessairement juste ou définitif. C'est un écrit qui est plus ou moins structuré et qui est plus ou moins complet, il peut faire figure de brouillon, de lieu de travail commun. Nous pouvons ainsi voir où en est le processus à tout moment. Toute la classe doit regarder le tableau et il est plus facile pour les étudiants de s'approprier son contenu. Cette utilisation du tableau permet d'optimiser le temps, car tout le monde travaille en même temps. L'oral est après l'écrit, car on explique, on ajoute, on complète. Les étudiants recopient ou non selon leur initiative. Par ailleurs, il est difficile pour les étudiants en difficulté de faire le tri entre ce qui est important ou non, donc ce qu'il faut noter ou non. (Robert & Vandebrouck, 2002).

2.3.2 DEUXIÈME APPROCHE : L'ACTIVITÉ DU PROFESSEUR « TOURNÉE VERS SOI »

Avec cette deuxième composante de la double approche (didactique et ergonomique), il est plutôt question des pratiques enseignantes qui sont influencées par rapport à sa propre personne. Autrement dit, un enseignant a ses propres contraintes, ses propres stratégies, ses propres buts et qui ne sont pas nécessairement liés aux élèves ou à leur apprentissage. En effet, les stratégies d'enseignement utilisées par un enseignant doivent également être, pour lui, suffisamment confortables, gratifiantes et légitimes (Robert, 2001). Plusieurs pistes ont été développées pour traiter de cette deuxième approche :

> Une piste anthropologique, avec l'idée de praxéologie pour décrire les activités de l'enseignant; une piste ergonomique, avec le découpage du travail en tâches et activités; une piste psychanalytique, avec des recherches portant sur le transfert et le contre-transfert dans la classe, ou encore le modèle de l'intentionnalité qui réintègre une dimension liée au projet de l'enseignant à divers niveaux. (Robert, 2001, pp. 71-72)

Dans son étude, Roditi (2003) décline trois hypothèses appelées aussi des principes qui expliqueraient certains choix convergents des enseignants, des principes qui selon lui découlent d'une nécessité professionnelle.

Le premier principe est celui de « conformité au programme officiel » c'est-à-dire que les enseignants respectent le programme imposé par le ministère et y suivent également le rythme proposé. « Cette conformité assure sans doute une légitimité professionnelle aux enseignants » (Roditi, 2003, p. 210). Notons que les institutions scolaires encadrent les pratiques enseignantes en imposant un contenu et le temps associé pour l'enseigner, et ce, de la préparation des cours jusqu'à leur déroulement.

Le deuxième principe est celui « de délimitation du champ mathématique » qui se divise en deux volets : 1) *le principe d'efficacité pédagogique*, selon lequel l'enseignant élimine certains contenus qui pourraient poser des difficultés ou qu'il juge inutile voire non indispensables pour les étudiants le tout dans le but de ne pas dévier de la ligne directrice de son plan de cours; 2) le *principe de clôture du champ mathématique* selon lequel l'enseignant, après avoir écarté certains éléments du champ conceptuel, y enlève également tout ce qui y est attaché. Autrement dit, « le champ mathématique est une partie "autoclose" du champ conceptuel. » (Roditi, 2003, p. 210). Encore une fois, le but est de ne pas dévier du parcours préétabli par l'enseignant.

Le troisième et dernier principe porte sur l'élaboration d'une stratégie d'enseignement et comporte deux volets. Tout d'abord, selon un *principe de nécessité du succès d'étape*, l'enseignant segmente en plusieurs parties une notion afin de mettre les étudiants en application le plus rapidement possible. Les enseignants utilisent ce procédé afin « d'évaluer régulièrement l'impact de leur enseignement à court terme, afin d'adapter leur activité aux réactions des élèves afin de garantir la confiance et la sérénité de la classe. » (Roditi, 2003, p. 211). Ainsi, le but du premier volet est de permettre une atmosphère propice à l'apprentissage et de faciliter la gestion de classe. Par la suite, le *principe de respect de l'attente des élèves* qui se résume à ce que l'enseignant donne la réponse attendue de la part des étudiants après un temps jugé convenable lorsque ceux-ci ne l'ont pas trouvé à temps. En fait, « tout se passe comme si les activités de recherche ne devaient pas excéder une certaine durée après laquelle les élèves attendraient du professeur qu'il expose et qu'il explique ce qu'ils n'ont pas su trouver seuls. » (Roditi, 2003, p. 211) Ce principe découle du fait que l'enseignant doit, dans une certaine mesure, satisfaire ses étudiants.

CHAPITRE 3

LA MÉTHODOLOGIE

3.1 INTRODUCTION

Rappelons encore une fois que dans le cadre de ce mémoire, nous nous pencherons sur les pratiques effectives d'enseignement du cours de calcul intégral afin de déterminer le rôle qu'ils jouent dans les difficultés constatées chez les étudiants. Plus particulièrement, nous souhaitons savoir comment l'enseignant prend en compte les difficultés potentielles des étudiants lors de la planification de son cours et de sa prestation. Pour ce faire, la première partie de ce troisième chapitre présentera les données collectées ainsi que les outils de traitement de données utilisés. La deuxième partie de ce chapitre présentera la démarche utilisée pour étudier a priori les problèmes présentés en classe par l'enseignant ainsi que ceux proposés aux étudiants. La troisième partie de ce chapitre portera sur la démarche d'analyse de la pratique effective d'un enseignant, soit l'analyse a posteriori.

3.2 DE LA COLLECTE À L'ANALYSE DES DONNÉES

Afin de répondre à nos questions de recherche, nous avons choisi de faire une étude de cas simple (Merriam, 1988). Compte tenu de la portée et des contraintes de recherche d'un projet de maîtrise, l'étude de cas nous a semblé la meilleure option pour faire voir toute la complexité de l'analyse d'une pratique enseignante. Également, notre recherche se veut exploratoire afin de combler le vide dans la littérature à propos des difficultés des étudiants avec les techniques d'intégration enseignées au collégial.

Quatre phases nous ont permis de passer de la collecte à l'analyse des données. La première est la collecte de donnée, la deuxième porte sur le traitement des données, et la troisième et la quatrième phases portent sur l'analyse des données respectivement l'analyse a priori puis celle a posteriori. La figure 2 présente les différentes phases ainsi que leur chronologie.

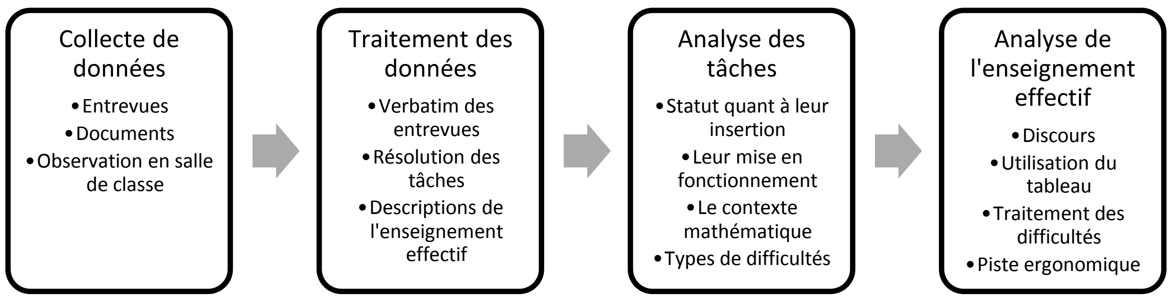


Figure 1 — Chronologie des étapes de la recherche

Dans les sections suivantes, nous présentons dans les détails les deux premières étapes. Les démarches d'analyse des tâches et de l'enseignement effectif seront traitées respectivement dans les sections 3.3 et 3.4.

3.2.1 LA COLLECTE DE DONNÉE

Pour analyser adéquatement une pratique enseignante, il nous a semblé incontournable d'aller en situation réelle afin de voir ce qui se passe en classe et non ce qui a simplement été prévu par l'enseignant, car dans l'action plusieurs éléments peuvent apparaître pouvant faire dévier le parcours prévu initialement. De plus, afin d'avoir une vue globale et plus juste de ce qui s'est passé en classe, nous avons cru pertinent de rencontrer l'enseignant, et ce, avant et après les séances d'enseignement.

La première phase de cette recherche est la collecte de données qui s'est étendue sur une période de huit semaines selon le calendrier représenté par le tableau suivant.

Tableau 3 – Calendrier de la collecte de données

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Semaine 1			Collecte des documents Première entrevue Entrevue pré enseignement	**Cours no 1** Entrevue post enseignement	
Semaine 2	Entrevue pré enseignement **Cours no 2**	**Cours no 3**		**Cours no 4** Entrevue post enseignement	
Semaine 3	Semaine de relâche (aucun cours)				
Semaine 4	Entrevue pré enseignement **Cours no 5**	**Cours no 6**		**Cours no 7** Entrevue post enseignement	
Semaine 5 Semaine 6 Semaine 7					
Semaine 8			Entrevue finale		

Pour les besoins de notre recherche, nous avons assisté aux sept cours portant sur l'enseignement des techniques d'intégration, mais nous n'avons pas assisté à l'enseignement d'autres notions, ce qui explique l'absence de collecte de données dans la cinquième, la sixième et septième semaine inscrite au tableau. De plus, considérant le rôle passif de l'enseignant lors de la surveillance d'un examen, nous n'avons pas trouvé pertinent d'y assister.

Toutes les heures de cours observées ont été filmées par une caméra située au fond de la classe et un enregistrement de l'activité au tableau interactif nous a été fourni par l'enseignant. Mentionnons que l'enseignant observé était volontaire et qu'il possède plus de vingt ans d'expérience en enseignement et qu'il donnait le cours de calcul intégral en science de la nature pour une huitième année consécutive.

C'est durant cette période que l'ensemble des documents distribués aux étudiants nous a été fournis. Ces documents sont le plan de cours, la feuille de route, la feuille de formules pour les examens, les séries d'exercices à faire, les séries d'exercices supplémentaires, l'examen portant sur les techniques d'intégration et les cahiers comportant les exemples et la théorie qui sont présentés en classe.

Tel que mentionné précédemment, sept entrevues ont été réalisées auprès de l'enseignant afin de voir dans quelle mesure celui-ci prenait en compte les difficultés des étudiants dans sa planification et pour connaître le scénario d'enseignement choisi. Les quatre canevas d'entrevue utilisés ont été élaborés à partir de divers travaux portant sur les pratiques effectives d'enseignement ((Roditi, 2003) (Hache & Robert, 1997), (Robert, 1998)) et sont présentés à l'annexe 1.

Lors de la première rencontre, les premières questions ont eu pour objectif de préciser le parcours de l'enseignant, ses perceptions, sa préparation et ce qui constitue, selon lui, ses forces et ses faiblesses. Par la suite, à chaque début de semaine, nous avons rencontré l'enseignant pour une entrevue pré-enseignement. L'objectif était de faire un tour rapide de la semaine à venir, des notions qui seront abordées, des difficultés qui sont anticipées, du scénario d'enseignement choisi. Après le dernier cours de la semaine, nous avons rencontré l'enseignant afin de faire le bilan de la semaine qui venait de se terminer. Finalement, une dernière entrevue avec l'enseignant a eu lieu après la correction de l'examen portant sur les techniques d'intégration. Cette dernière entrevue avait pour objectif de faire une révision des points forts et faibles des étudiants et de demander une rétrospection à l'enseignant.

Toutes les entrevues étaient semi-dirigées, c'est-à-dire que d'autres questions sont venues s'ajouter aux questions préalablement définies selon la discussion avec l'enseignant qui était libre d'ajouter des commentaires, des anecdotes ou des compléments d'information. Ces entrevues ont été enregistrées à l'aide d'un magnétophone.

Finalement, durant toute la collecte de données, nous avons tenu un outil journal de bord afin de noter nos impressions et les éléments qui n'étaient pas visibles à la caméra, autant pour les entrevues que pour l'observation en salle de classe.

3.2.2 LE TRAITEMENT DES DONNÉES

Plusieurs types de données ont été recueillies lors de la collecte, soit des entrevues, des tâches présentées et demandées aux étudiants ainsi que la prestation de l'enseignant. Le traitement des entrevues a été effectué en transférant les enregistrements sonores en verbatim. Le traitement des tâches et de la pratique effective sont décrits ci-dessous.

3.2.2.1 LES TÂCHES

Afin d'analyser les tâches, celles-ci ont d'abord besoin d'être effectuées et détaillées. Pour chacune des sections, nous avons refait tous les problèmes présentés en classe et fait tous les problèmes du volume suggérés aux étudiants ainsi que les exercices supplémentaires.

Ces derniers ont été ajoutés au fil des années afin de compléter les problèmes du volume. En effet, l'enseignant souligne :

> Avec le temps, à chaque fois qu'on a eu des portions de cours où les étudiants démontraient des difficultés, on a à chaque fois fait un module, soit de révision ou d'exercices supplémentaires, qui a pour but de combler les difficultés que les élèves ont dans cette portion-là. (Entrevue du 24 avril 2013)

On peut également en conclure que les exercices supplémentaires permettent de cerner les difficultés que les enseignants ont remarquées au cours des dernières années. De plus, selon l'enseignant, la majorité des étudiants prennent le temps d'accomplir les exercices supplémentaires. Il considère ainsi que ces problèmes, souvent plus difficiles, ont été travaillés par les étudiants :

> Il y en a quelques étudiants qui commencent les problèmes en retard et qui ne les font pas tous. Mais la plupart des étudiants ont le temps de tous les faire et même que quand ils révisent, ils refont les exercices. Ça veut dire qu'ils les font deux fois. (Entrevue du 24 avril 2013)

Compte tenu de l'assurance de l'enseignant par rapport au travail effectué personnellement par les étudiants vis-à-vis ces problèmes, nous avons donc décidé de les inclure dans notre analyse. Le tableau 4 représente le nombre de problèmes résolus pour chacune des techniques d'intégration.

Ajoutons que chaque problème a été fait, lorsque possible, selon plusieurs méthodes de résolution différentes ou d'angles d'attaque différents dans l'objectif d'énumérer tous les scénarios possibles pour l'enseignant. Finalement, spécifions que, bien que les changements de variable ne soient pas indispensables ou obligatoires, nous avons choisi de les intégrer systématiquement à nos démarches. En effet, plusieurs changements de variables peuvent devenir superflus après en avoir effectué à plusieurs reprises, mais puisque le processus, qu'ils soient écrits ou non, doit être accompli, nous avons décidé de tous les expliciter.

Tableau 4 – Descriptions du nombre de problèmes résolus

Techniques	Exemples faits en classe	Exercices suggérés du volume	Exercices supplémentaires
Les manipulations algébriques	6	10	8
L'intégration par partie	6	12	7
L'intégration des fonctions trigonométriques	9	8	9
L'intégration par substitutions trigonométriques	4	11	0
L'intégration à l'aide de la méthode des fractions partielles	6	18	0

3.2.2.2 LA PRATIQUE EFFECTIVE

Afin de traiter les enregistrements vidéos des cours observés, nous nous sommes inspiré de Powell, Francisco et Maher (2003), Pariès (2004) et de Tambone (2010) pour créer une grille de traitement du discours et de l'activité en classe. Toujours selon Powell, Francisco et Maher (2003), seuls les événements méritant une attention particulière ont été transcrits sous forme de verbatim. Dit autrement, pour l'essentiel, nous avons procédé à des descriptions résumées, mais fidèles des évènements survenus. La description de l'enseignement effectif porte sur l'enseignement effectué, les interventions des étudiants ainsi que les productions écrites au tableau. Plus concrètement, chaque cours a été séparé en épisodes et le temps réparti pour chacun de ceux-ci a été identifié. « Un épisode correspond à la réalisation d'une tâche, éventuellement de plusieurs tâches lorsque celles-ci répondent au même but pour l'enseignant » (Roditi, 2003, p. 74). Soulignons qu'afin de se repérer plus facilement dans les deux vidéos (celui de la salle de classe et celui du tableau interactif), c'est le temps sur chacun des enregistrements qui a été indiqué. De plus, pour aider à l'analyse, chaque intervention de l'enseignant a été numérotée et mise en évidence à l'aide d'un P. Les interventions des étudiants sont identifiées à l'aide d'un E. Compte tenu des enregistrements effectués, il nous était impossible d'identifier les étudiants dans la description, ce pourquoi ils ont tous été identifiés E sans distinction. De même, tous les changements de couleur, les soulignements, les encerclements et autres faits au tableau ont été fidèlement transcrits. Le tableau 5 sert à donner une idée des cinq premiers épisodes d'enseignement du premier cours observé.

Tableau 5 – Extrait du traitement du discours

Intervalle de temps		# d'inter	Description	Tableau
Caméra	**Tableau interactif**			
0:00 – 2:36			Attente du début des cours. Distribution du document. Brouhaha des étudiants qui discutent Arrivée des étudiants	
2:36 – 3:56			Accueil des étudiants Attente du silence Annonce que l'examen est corrigé et qu'ils peuvent le voir dès le lendemain Présentation de ma personne qui observe. Je me présente ainsi que mon projet de recherche.	
3:56 – 4:10	0:00 – 0:23		Introduction des techniques d'intégration qui est le prochain sujet d'examen. Mais on rappelle que le mini test de la semaine suivante n'est pas sur cela (équation différentielle).	
4:10 – 6:56	0:23 – 3:08	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	P : Mise en contexte avant de commencer. On refait un exemple de dérivée. P : Demande aux étudiants comment on fait pour dériver l'exemple. E : Une étudiante répond à la question. P : Le professeur la félicite (excellent). P : Explique oralement comment faire la dérivée dans les grandes lignes sans les détails (partie intérieure, partie extérieure). Résous la dérivée. P : Demande aux étudiants ce que donne — -1. E : Les étudiants répondent en cœur « — ½ ». P : L'enseignant demande quelle est la dérivée intérieure. E : Les étudiants donnent la réponse en cœur. L'enseignant simplifie la forme de la solution. P : L'enseignant demande confirmation aux étudiants sur le résultat. E : Un étudiant confirme. Plusieurs étudiants disent alors qu'il manque un « 4 » en haut. E : Petits rires des étudiants. P : L'enseignant confirme et ajoute le « 4 » au tableau et fais une blague. P : L'enseignant annonce qu'il veut alors faire l'inverse, une intégrale. Il ajoute la notation à la solution trouvée précédemment. P : L'enseignant demande aux étudiants les points communs entre l'intégrale que l'on recherche et la dérivée de départ.	$y = \sqrt{9-4x^2} = (9-4x^2)^{1/2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(9-4x^2)^{-1/2} \cdot (-8x)$ $y = \int \frac{-4x}{\sqrt{9-4x^2}} dx$ $u = 9-4x^2 \qquad du = -8xdx$ $\frac{du}{-8} = xdx$

			E : Aucune réponse.	
		12	P : L'enseignant précise sa question.	
			E : Deux-trois étudiants répondent en cœur à la question.	
		13	P : Il fait remarquer alors que la partie intérieure est encore là. Il précise qu'on peut alors poser le u comme la partie intérieure. Il exécute et	
		14	P : demande aux étudiants de trouver le du.	
			E : Deux-Trois étudiants donnent la réponse en cœur.	
			P : L'enseignant isole le xdx.	
		15	P : L'enseignant rappelle comment effectuer une intégration par changement de variable et donc pourquoi on a posé cet u et ce du. Il encercle le x dx de l'intégrale.	
		16	P : Il demande aux étudiants si ça va.	
			E : Quelques secondes de silence.	
		17	P : Sans résoudre l'intégrale, l'enseignant dit que c'était le premier exemple pour mettre en contexte.	
6:56 – 8:03	3:08 – 4:14		Changement de diapo.	Intégrale 1 $I = \int \frac{2x+1}{\sqrt{9-4x^2}}dx$ $u = 9 - 4x^2$ $du = -8xdx$ $\frac{du}{-8} = xdx$
		18	P : Il présente un exemple qui ressemble à l'exemple précédent et demande aux étudiants quoi faire dans ce cas-ci.	
		19	P : L'objectif c'est d'utiliser les manipulations algébriques pour être capable d'intégrer.	
		20	P : IL demande à la classe quelle devrait être la première étape pour pouvoir intégrer.	
			E : Silence.	
			E : Un étudiant propose de poser quelque chose.	
		21	P : L'enseignant le relance.	
			E : L'étudiant répond u.	
		22	P : L'enseignant enchaîne en posant lui-même le u en expliquant le choix qui l'y conduit. Il mentionne que cette démarche aurait pu être faite mentalement.	
		23	P : Il demande aux étudiants que vaut le du.	
			E : Plusieurs élèves répondent	
		24	P : le professeur confirme en écrivant et disant la solution. Il isole par la suite le xdx.	
			E : Un étudiant lui demande alors si ça ne doit pas plutôt donner x.	
		25	P : L'enseignant ignore son commentaire et relance la classe en demandant ce qu'il se passe ici.	
			E : Un autre étudiant affirme que cela ne marche pas.	
		26	P : L'enseignant explique le problème et pourquoi est-ce que cela ne fonctionne pas.	

Pour donner suite au traitement du discours, un autre tableau a été créé afin de mettre en évidence l'activité des étudiants et celui de l'enseignant durant la période de cours. Un tableau récapitulatif est présenté ci-dessous.

Tableau 6 – Tableau de l'activité étudiants/enseignant

<table>
<tr><th>Temps approximatif</th><th>Activité de l'enseignant</th><th>Activité des étudiants</th><th>Notion mathématique</th></tr>
<tr><td>4 minutes</td><td rowspan="10">Dirigé par l'enseignant (Explication et résolution au tableau)</td><td>Écoute passive</td><td>Aucune (Accueil des étudiants)</td></tr>
<tr><td>3 minutes</td><td rowspan="8">Réponds aux questions de l'enseignant et transcrit la solution</td><td>Exemple d'introduction</td></tr>
<tr><td>7 minutes</td><td>Résolution de la première intégrale (qui demande une séparation de fraction)</td></tr>
<tr><td>1 minute</td><td>Premier rappel (séparation de fraction)</td></tr>
<tr><td>1 minute</td><td>Introduction de la deuxième intégrale (qui demande de compléter un carré)</td></tr>
<tr><td>2 minutes</td><td>Deuxième rappel (trinôme carré parfait)</td></tr>
<tr><td>3 minutes</td><td>Résolution de la deuxième intégrale (qui demande de compléter un carré)</td></tr>
<tr><td>7 minutes</td><td>Résolution de la troisième intégrale (qui demande de compléter le carré)</td></tr>
<tr><td>8 minutes</td><td>Résolution de la quatrième intégrale (qui demande une division de polynôme)</td></tr>
<tr><td>1 minute</td><td>Écoute passive</td><td>Introduction pour la résolution de la cinquième intégrale (qui demande de compléter le carré et de séparer la fraction)</td></tr>
<tr><td>4 minutes</td><td>Résout le début du problème en parallèle et donne des indications</td><td>Travail individuel ou en petite équipe</td><td>Résolution de la cinquième intégrale (qui demande de compléter le carré et de séparer la fraction)</td></tr>
<tr><td>5 minutes</td><td rowspan="4">Dirigé par l'enseignant (Explication et résolution au tableau)</td><td>Réponds aux questions de l'enseignant et transcrit la solution</td><td>Résolution de la cinquième intégrale (qui demande de compléter le carré et de séparer la fraction)</td></tr>
<tr><td>1 minute</td><td>Écoute passive</td><td>le troisième rappel (la dérivée d'un logarithme népérien)</td></tr>
<tr><td>4 minutes</td><td rowspan="2">Réponds aux questions de l'enseignant et transcrit la solution</td><td>fin de la résolution de la cinquième intégrale (qui demande de compléter le carré et de séparer la fraction)</td></tr>
<tr><td>9 minutes</td><td>Résolution de la sixième intégrale (qui demande de compléter le carré et de séparer la fraction)</td></tr>
</table>

Ces deux derniers tableaux ont été réalisés pour les sept séances de cours observées.

3.3 ANALYSE A PRIORI : ANALYSE DE LA TÂCHE

L'analyse des données est effectuée en deux temps. Premièrement, une analyse a priori des problèmes, c'est-à-dire les tâches de la section 3.2.2.1. Ces tâches sont évaluées en fonction de leur statut quant à leur insertion, de leur mise en fonctionnement, du contexte mathématique et des types de difficultés rencontrées. S'en suit une analyse a posteriori, soit de l'activité effective observée en salle de classe selon la chronologie des séances, le discours, l'utilisation du tableau et la prise en compte des difficultés tout en poursuivant également dans une approche ergonomique. Cette section a pour objectif de traiter en détail la méthodologie utilisée pour l'analyse a priori. L'analyse a posteriori sera traitée à la section 3.4.

Afin de faire un portrait complet des tâches mathématiques, nous avons décidé d'analyser les exemples et exercices des cinq techniques d'intégration : 1) avec manipulations algébriques; 2) par parties; 3) avec manipulations trigonométriques; 4) avec substitutions trigonométriques; 5) par la méthode des fractions partielles. Ces cinq techniques correspondent respectivement aux sections 1.6, 3.1, 3.2 (intégrales trigonométriques et substitution trigonométrique) et 3.3 du volume obligatoire utilisé par l'enseignant dans le cadre du cours observé (Thomas, Godbout, & Boulanger, 2009).

Plusieurs éléments seront à prendre en considération lors de l'analyse d'une tâche. Dans le cadre de cette recherche, cinq aspects ont été retenus de l'analyse des tâches proposée par Robert (1998), soit le statut quant à leur insertion, leur niveau de mise en fonctionnement, le contexte mathématique, l'analyse de la tâche et les types de difficultés. Les trois premiers portent sur la technique d'intégration et les deux derniers sur le problème à résoudre.

3.3.1 LES TECHNIQUES D'INTÉGRATION

Pour chacune des techniques d'intégration, nous évaluerons trois aspects de l'analyse de la tâche : 1) le statut quant à leur insertion; 2) le niveau de mise en fonctionnement; 3) le contexte mathématique. Dans la section 2.2.2.1, nous avons présenté les quatre différents statuts des notions quant à leur insertion dans le paysage mathématique des étudiants. Quatre questions sont posées afin de déterminer comment s'insère chacune des techniques d'intégration avec leur connaissance antérieure. Une fois le statut bien défini, nous souhaitons connaître le niveau de mise en fonctionnement des connaissances par les étudiants. Ainsi le niveau de mise en fonctionnement est déterminé en fonction du contexte et des tâches demandées en regard de leurs instructions. Finalement, quatre autres questions seront posées afin de déterminer le contexte mathématique où se retrouvent les exemples et les exercices présentés en classe ou faits par les étudiants. Les questions qui nous ont permis de cibler ces trois concepts sont présentées à l'annexe 2.

3.3.2 LES TÂCHES DEMANDÉES

Pour chacune des différentes tâches définis à la section 3.2.2.1, en tenant également compte des différentes consignes ou indices, une analyse de la tâche sera effectuée. Pour ce faire, les huit questions suivantes, inspirées par Robert (1998), ont été sélectionnées :

1. Y a-t-il des étapes (dans la question)?
    a. (Si oui) Les questions (éventuelles) sont-elles liées ou indépendantes?
2. La question est-elle ouverte?
3. Une méthode (respectivement un cadre, un registre) est-elle indiquée?

a. Quelles méthodes (respectivement cadre, registre) peuvent, doivent être utilisées?

b. Y en a-t-il de meilleures que d'autres?

4. Y a-t-il une modélisation à effectuer, y a-t-il un simple habillage?
5. Quel est le degré de décontextualisation de la tâche (exercice particulier, générique, mise en fonctionnement d'un outil ou objet)?
6. Sur quoi porte l'énoncé (résultat, méthode, démarche)?
7. Quelle est la production demandée? Un graphique, une formule, un résultat numérique, un vrai/faux, une démonstration?
8. Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé?

De plus, dans la section 2.2.3.1, les différentes difficultés que peuvent rencontrer les étudiants dans des mathématiques dites expertes ont été décrites. C'est ainsi que pour chacune des tâches analysées, les différentes difficultés sont répertoriées et décrites.

3.3.3 EXEMPLES D'ANALYSE A PRIORI

Prenons l'intégration par manipulation trigonométrique. Pour déterminer son statut quant à son insertion, nous avons évalué les quatre situations différentes et avons déterminé que cette notion présente une extension d'une notion déjà introduite, soit une nouvelle méthode pour résoudre une intégrale.

Le statut quant à leur insertion ☒1 ☐2 ☐ 3 ☐ 4

1. Est-ce une notion qui peut être présentée aux élèves directement comme une extension de notions déjà introduites?
   - **Rien de nouveau n'est enseigné.**
   - **La notion utilise le concept d'intégrale (déjà vu) et différentes manipulations algébriques (identités trigonométriques, déjà vues) et les utilise ensemble**
2. Est-ce une notion qui peut être présentée aux élèves comme réponses à de nouveaux problèmes précis?
   - **Le but est de résoudre d'autres types d'intégrales avec les outils déjà présents et théoriquement acquis.**
3. Est-ce une notion qui ne correspond qu'à l'introduction d'un formalisme adapté?
   - **Non**
4. Est-ce une notion généralisatrice, unificatrice et porteuse d'un nouveau formalisme?
   - **Non**

Par la suite, on souhaite connaître la mise en fonctionnement d'une intégration par manipulation trigonométrique.

Niveau de mise en fonctionnement ☐1 ☐2 ☒ 3

1. S'agit-il de contextualisation simple, locale, sans étapes, sans travail préliminaire de reconnaissance, sans adaptations (niveau technique)?
   - **Non**
2. S'agit-il d'un savoir mobilisable qui, lorsque bien identifié, est bien utilisé par l'élève, même lorsqu'il y a lieu de s'adapter au contexte particulier (niveau des connaissances mobilisables)?
   - **Non**
3. S'agit-il de savoir résoudre ce qui est proposé sans indications, d'aller rechercher soi-même dans ses connaissances ce qui peut intervenir (niveau des connaissances disponibles)?
   - **Contient parfois plusieurs étapes**
   - **Comporte plusieurs éléments à considérer à la fois**
   - **Plusieurs formes de problèmes existent, ce qui rend difficile de trouver des types d'intégrales ou quelques méthodes de résolution**
   - **Les indications permettent de savoir que l'on a affaire à des fonctions trigonométriques, mais ne donnent aucun indice sur les techniques ou les formules à utiliser**
   - **Utilise les formules déjà acquises du secondaire dans un autre contexte (autrefois utilisé seulement pour la démonstration)**

Finalement, on souhaite connaître le contexte mathématique dans lequel se trouve l'intégration par manipulation trigonométrique.

1. Quel est le savoir à mettre en fonctionnement (ou les savoirs)?
   - **Résolution d'une intégrale simple**
   - **Résolution d'une intégrale par changement de variable**
   - **Utilisation des propriétés trigonométriques**
   - **Bonne connaissance des dérivées**
   - **Multiplication de polynôme**
2. Les notions apparaissent-elles comme des outils ou comme objets?
   - **Outils : résoudre une intégrale**
3. Quel est le statut de la notion dans le programme?
   - **Un des éléments de compétence (déterminer l'intégrale indéfinie d'une fonction)**
   - **Deux critères de performance (manipulations algébriques conformes aux règles et choix et application juste des règles et des techniques d'intégration)**
4. S'agit-il de savoir nouveau ☐ ou ancien ☒? Précisez.
   - **Aucune nouvelle notion n'est enseignée. On utilise des notions anciennes dans un nouveau contexte**.

Le premier exemple proposé par l'enseignant pour initier l'intégration avec manipulation trigonométrique est $\int \sin^2 x \cos^3 x\, dx$. Notre démarche pour résoudre cette intégrale est présentée à la figure 2.

Intégrale 1

$$I = \int \sin^2 x \cos^3 x \, dx$$

$$I = \int \sin^2 x \, (1 - \sin^2 x) \cos x \, dx \qquad (\sin^2 x + \cos^2 x = 1)$$

posons $u = \sin x$

$du = \cos x \, dx$

$$= \int u^2 (1 - u^2)\, du = \int u^2 - u^4 \, du = \frac{1}{3} u^3 - \frac{1}{5} u^5 + k$$

$$= \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + k$$

Figure 2 – Exemples d'une résolution d'intégrale par manipulation trigonométrique

L'analyse de la tâche s'effectue en deux étapes. La première étape évalue les éléments identifiés dans l'encadré ci-dessous.

La question implicite est : Résoudre l'intégrale suivante

1. Y a-t-il des étapes? ☐ oui ☒ non
Les questions (éventuelles) sont-elles liées ☐ ou indépendantes ☐

2. La question est-elle ouverte? ☐ oui ☒ non

3. Une méthode (resp. un cadre, un registre) est-elle indiquée? ☐ oui ☒ non
On indique davantage le type d'intégrale plutôt que la méthode (intégration des fonctions trigonométriques)

3.1. Quelles méthodes (resp. cadre, registre) peuvent, doivent être utilisées?
Par manipulation trigonométrique

3.2. Y en a-t-il de meilleurs que d'autres? ☒ oui ☐ non
Certaines manipulations sont meilleures que d'autres (au niveau de la rapidité)

4. Y a-t-il une modélisation à effectuer, y a-t-il un simple habillage? ☐ oui ☒ non

5. Quel est le degré de décontextualisation de la tâche (exercice particulier, générique, mise en fonctionnement outil ou objet)
Mise en fonctionnement d'un outil

6. Sur quoi porte l'énoncé (résultat, méthode, démarche)?
Méthode

7. Quelle est la production demandée?
☐ Graphique ☐ Formule ☒ Résultat numérique ☐ Vrai/faux ☐ Démonstration
Plus une fonction qu'un résultat numérique

8. Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé? ☐ oui ☒ non

La deuxième étape permet d'identifier les différentes difficultés rencontrées et les contextes dans lesquels ils apparaissent.

☐ Des problèmes ignorés jusqu'à alors *(Nouveaux types de problèmes)*

☐ Pluralité des arguments nécessaires à une démonstration *(Faire appel à plusieurs arguments plus ou moins imbriqués)*

☐ Répétition des arguments, pluralité des variables en jeux

☒ Mises en relation et/ou prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé *(Nécessité de prendre en compte en même temps plusieurs aspects sous-jacents)*

- **Doit considérer à la fois les identités trigonométriques ainsi que la dérivée intérieure pour un futur changement de variable**

☐ Sélection d'information

☒ Changement de point de vue à introduire (sans indication)

- **Utilisation d'une formule trigo pour modifier la forme à intégrer**

☐ Nécessité d'une écriture quantifiée

☐ Un choix de ce qui est à justifier

☐ Toutes les méthodes ne sont plus équivalentes, la rapidité devient un facteur de réussite

3.4 ANALYSE DE LA PRATIQUE ENSEIGNANTE

Plusieurs éléments seront pris en considération dans l'analyse de la pratique enseignante, tel qu'énoncé dans la section 2.3. En effet, la pratique enseignante sera d'abord analysée par une première approche didactique qui s'inspire du discours, des tâches demandées, de la gestion des incidents, de l'utilisation du tableau et du traitement des difficultés lors de l'enseignement. Par la suite, la pratique enseignante sera analysée selon une approche ergonomique dans laquelle les pratiques enseignantes ne visent pas nécessairement à faire réussir les étudiants mais davantage à répondre aux besoins de l'enseignant qui exerce un métier. La démarche d'analyse dans chacune de ses deux approches complémentaires est décrite brièvement dans les sections suivantes.

Puisque notre analyse d'une pratique enseignante comporte beaucoup d'éléments, nous avons décidé de faire une analyse complète pour chacune des techniques d'intégration.

C’est à partir de ces analyses que nous avons été en mesure de reconnaître les routines de l’enseignant d’un cours à l’autre et ses improvisations. Le chapitre 5 présentera ainsi un sommaire de ces cinq analyses détaillées.

3.4.1 L’ANALYSE DU DISCOURS

L’analyse du discours de l’enseignant sera effectuée par rapport à ses fonctions, ses buts et par la structure des échanges entre l’enseignant et les étudiants. Pour ce faire, nous avons utilisé la grille de traitement du discours et de l’activité en classe présenté à la section 3.2.2.2. Ainsi, dans un premier temps, pour chacune des interventions de l’enseignant nous avons déterminé sa fonction, cognitive ou non cognitive, ainsi que sa sous-catégorie telle que défini à la section 2.3.1.3. Le même travail a été effectué pour le but, à savoir si l’intervention avait pour objectif de mettre l’étudiant en activité ou si le professeur était en charge de son enseignement. Chacun des buts est également défini par son sous-but, tel que défini à la section 2.3.1.3.

Tel que mentionné précédemment, chaque intervention a été numérotée dans la grille de traitement. Le découpage de ces interventions est fait de telle sorte que chaque intervention à un but et une fonction. Ainsi, une intervention peut être un segment de phrase ou encore un petit paragraphe, tant que l’objectif de l’enseignant demeure le même tout au long de l’intervention. Toutefois, une nouvelle intervention est ajoutée après la prise de parole d’un étudiant, même si le but et la fonction sont demeurés les mêmes pour l’enseignant. À quelques reprises, une intervention pouvait avoir deux sous-fonctions différentes ou deux sous-buts différents selon le contexte.

Afin de traiter ces données, un tableau Excel a été créé où chacun des buts et des fonctions sont répertoriés selon le numéro d'intervention et l'épisode. Quatre tableaux ont été créés pour chacune des sections du volume, un pour l'intégration par manipulation algébrique, un pour l'intégration par partie, un pour l'intégration des fonctions trigonométrique et l'intégration par substitution trigonométrique et un dernier pour l'intégration par la méthode des fractions partielles.

Pour chacun des épisodes, huit tableaux croisés dynamiques, et leur diagramme, ont été créés afin de représenter : 1) le nombre d'interventions ayant une fonction cognitive ou non cognitive; 2) la distribution des fonctions cognitives; 3) la distribution des fonctions non cognitives; 4) la distribution des fonctions cognitives et non cognitives (avec les sous-catégories); 5) le nombre d'interventions selon le but; 6) la distribution des buts visant à mettre les étudiants en activité; 7) la distribution des buts de ce que l'enseignant prend en charge; 8) la distribution des buts avec ses sous-catégories. Ces huit tableaux ont également été faits pour l'ensemble des interventions d'une séance de cours.

Finalement, les échanges entre l'enseignant et les étudiants étant peu nombreux, ceux-ci ont été identifiés et inscrits au tableau selon le nombre d'interventions relié à l'échange. Pour chaque cours, un tableau croisé dynamique a été fait afin de répertorier le nombre d'échange en classe ainsi que leur forme.

3.4.2 ANALYSE DES TÂCHES DEMANDÉES

À partir du verbatim et des interventions de l'enseignant, nous avons répertorié toutes les questions ou interventions de l'enseignant qui demandaient aux étudiants d'accomplir une tâche. Une fois celles-ci répertoriées, elles ont été classifiées selon une tâche simple et isolée, simple ou complexe. Les données récoltées ont été ajoutées dans le tableau avec l'intervention correspondante. De même que pour l'analyse du discours, un tableau croisé dynamique est effectué pour chacun des épisodes et pour chacun des cours.

Afin de se donner une idée plus précise du nombre de tâches simples et isolées, simples et complexes d'un cours à l'autre ou même d'un problème à un autre, nous avons également créé des diagrammes où l'on représente les tâches de cours en pourcentage des tâches totales. Par exemple, dans le premier cours, nous avons 49 tâches dont 33 sont simples et isolées, 10 sont simples et 6 sont complexes. Nous l'écrivons et représentons graphiquement que 67 % des tâches sont simples et isolées, 21 % sont simples et 12 % sont complexes.

3.4.3 ANALYSE DE LA GESTION DES INCIDENTS

À partir de la transcription des cours, tous les incidents, c'est-à-dire tout acte ou intervention publique d'un étudiant qui démontre une incompréhension, ont été répertoriés et numérotés. Pour chacun des incidents, le type d'incident, la gestion de l'incident et l'emplacement de celui-ci ont été classifiés. Aux différents types d'incidents de la section 2.3.1.4 qui découlent de Roditi (2003), nous avons ajouté l'erreur de l'enseignant qui est amené par l'étudiant en salle de classe, puisque celui-ci était présent dans nos analyses et apportait des renseignements intéressants. De même, nous avons séparé pour la gestion « lui répondre » par « lui répondre avec explication supplémentaire » et par « lui répondre sans explication supplémentaire ». Dans le même ordre d'idée, nous avons également ajouté « relancer l'étudiant sans le guider » puisque la gestion « relancer l'étudiant en le guidant (lui ou un autre) vers le bon raisonnement » n'était pas toujours adéquate.

Pour les incidents représentant un « silence de la classe », nous avons décidé de garder ceux dont le silence était suffisamment long pour que les étudiants aient le temps de donner une réponse ou que l'enseignant ait le temps de faire une relance.

Tous ces incidents ont été ajoutés dans le tableau à l'endroit correspondant dans nos interventions. Des tableaux croisés dynamiques ont permis de faire un croisement entre le type d'incident, sa gestion et son emplacement. Ces tableaux croisés dynamiques ont été effectués pour tous les épisodes et pour chacun des cours.

3.4.4 EXEMPLE DE TABLEAU POUR L'ANALYSE DU DISCOURS, DES TÂCHES ET DES INCIDENTS

En utilisant le découpage des vingt-six premières interventions du premier cours, illustré au tableau 5, la catégorisation du discours, des tâches et des incidents est figurée dans le tableau 8.

C'est avec ces données que les tableaux croisés dynamiques et les graphiques sont effectués. Par exemple, on retrouve pour l'exemple d'introduction le tableau 7 ainsi que la figure 3 correspondante.

Tableau 7 – Exemple du tableau de fonctions de l'exemple d'introduction

Étiquettes de lignes	Nombre de Fonctions
Cognitive	**15**
Bilan	3
Distribution des tâches	4
Évaluation	1
Introduction de sous-tâches	3
Structuration	4
Non cognitive	**3**
Engagement	1
Mobilisation	1
Mutualisation	1
Total général	**18**

Tableau 8 – Exemple du tableau d’analyse du discours, de la tâche et des incidents

		Discours						Incident			
Épisode	**Numéro d’intervention**	**Fonctions (cognitive/ non cognitive)**	**Fonctions**	**Buts Étudiants/ Professeur**	**Buts**	**Forme**	**Type de tâche**	**Numéro d’Incident**	**Types**	**Gestion**	**Emplacement**
Exemple d’intro-duction	1	Cognitive	Distribution des tâches	Professeur	Commissif						
	2	Cognitive	Distribution des tâches	Étudiant	Directif		Simple				
	3	Cognitive	Évaluation	Professeur	Expressif						
	4	Cognitive	Structuration	Professeur	Assertif	Poupée russe					
		Cognitive	Bilan								
	5	Cognitive	Introduction de sous-tâches	Étudiant	Directif		Simple et isolée				
	6	Cognitive	Introduction de sous-tâches	Étudiant	Directif		Simple et isolée				
	7	Cognitive	Bilan	Professeur	Assertif			1	Erreur	Lui répondre sans explication supplémentaire	Contenu directement lié à la stratégie d’enseignement
	8	Non cognitive	Engagement	Étudiant	Directif						
	9	Non cognitive	Mutualisation	Professeur	Expressif						
	10	Cognitive	Structuration	Professeur	Commissif						
	11	Cognitive	Distribution des tâches	Étudiant	Directif		Complexe	2	Silence	Relance l’élève en le guidant	Contenu directement lié à la stratégie d’enseignement
	12	Cognitive	Distribution des tâches	Étudiant	Directif						
	13	Cognitive	Structuration	Professeur	Assertif						
	14	Cognitive	Introduction de sous-tâches	Étudiant	Directif		Simple et isolée				
	15	Cognitive	Bilan	Professeur	Assertif						

	16	Non cognitive	Mobilisation	Étudiant	Directif						
	17	Cognitive	Structuration	Professeur	Assertif						
Épisode	**Numéro d’intervention**	**Fonctions (cognitive/ non cognitive)**	**Fonctions**	**Buts Étudiants/ Professeur**	**Buts**	**Forme**	**Type de tâche**	**Numéro d’Incident**	**Types**	**Gestion**	**Emplacement**
Première intégrale	18	Cognitive	Structuration	Étudiant	Directif						
	19	Cognitive	Bilan	Professeur	Commissif						
	20	Cognitive	Distribution des tâches	Étudiant	Directif	Poupée russe	Complexe	3	Réponse incomplète	Relance l’élève sans le guider	Contenu directement lié à la stratégie d’enseignement
	21	Non cognitive	Engagement	Étudiant	Directif						
	22	Cognitive	Bilan	Professeur	Assertif						
	23	Cognitive	Introduction de sous-tâches	Étudiant	Directif						
	24	Cognitive	Évaluation	Professeur	Assertif		Simple et isolée				
								4	Question	Ignorer l’incident	Contenu directement lié à la stratégie d’enseignement
	25	Non Cognitive	Engagement	Étudiant	Directif		Simple				
	26	Cognitive	Bilan	Professeur	Assertif						

Tableau 9 – Exemple de tableau du triplet d'incident pour le premier cours

Incident	Enrichir le sujet pour arriver à la réponse attendue	Ignorer l'incident	Lui répondre avec explication supplémentaire	Lui répondre sans explication supplémentaire	Relance l'élève en le guidant	Relance l'élève sans le guider	Total général
Erreur				1	1		2
Question		1					1
Réponse erronée	1			1	2	1	5
Réponse incomplète	1		1			3	5
Silence		4	3	1	3	1	12
Silence (alors que personne n'a tort)					1		1
Objet d'enseignement qui n'est pas directement lié à la stratégie prévue			**1**	**4**			**5**
Erreur (de l'enseignant)			1	4			5
Total général	**2**	**5**	**5**	**7**	**7**	**5**	**31**

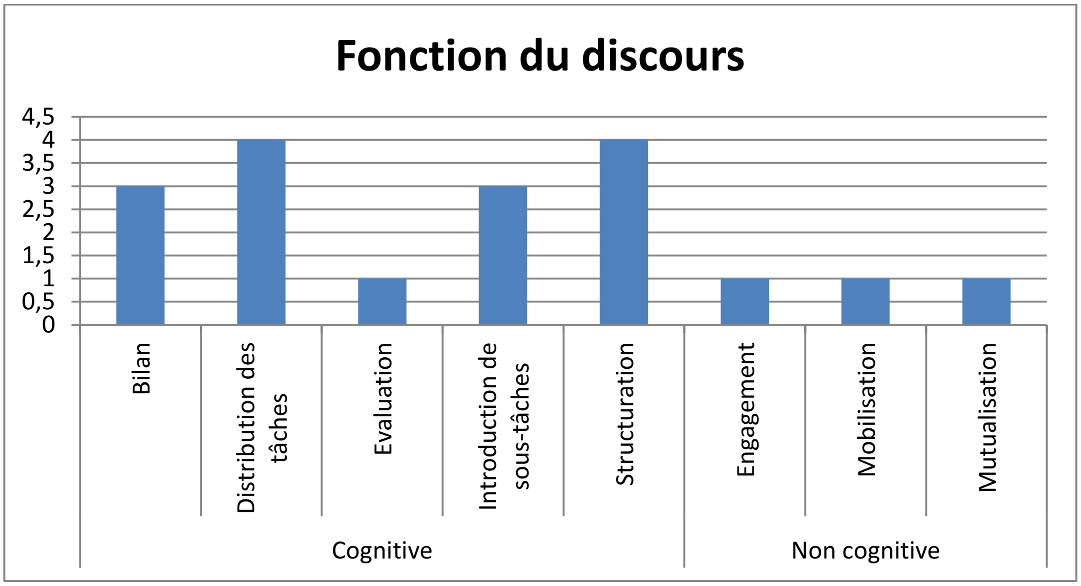


Figure 3 – Graphique fonction du discours de l'exemple d'introduction

De plus, le tableau 9 ci-dessus représente le triplet incident, sa gestion et son emplacement.

3.4.5 ANALYSE DE L'ACTIVITÉ AU TABLEAU

Les questions posées par Robert et Vandebrouck (2002) ont été notre guide afin d'analyser l'activité au tableau. Les questions utilisées sont présentées à l'annexe 3. Durant notre observation, nous avons rapidement constaté que l'enseignant utilisait deux tableaux et que chaque tableau avait sa fonction particulière. Ainsi, il nous a semblé judicieux de faire l'analyse d'abord du tableau interactif et ensuite du tableau blanc.

3.4.5 ANALYSE DU TRAITEMENT DES DIFFICULTÉS

Préalablement, tel qu'indiqué dans la section 3.3, chacune des tâches a été analysée, c'est-à-dire que pour chaque exemple présenté par l'enseignant, toutes les difficultés telles que définies à la section 2.2.3.1 ont été répertoriées. Dans un premier temps de l'analyse, pour chaque difficulté répertoriée, une description des mesures prises par l'enseignant a été énumérée soit par le discours, l'utilisation du tableau ou toute autre mesure. Nous avons alors constaté que l'enseignant utilisait beaucoup les mêmes stratégies pour une difficulté donnée. Nous avons ainsi décidé de présenter à la section 5.5 portant sur le traitement des difficultés, les stratégies d'enseignement pour chacune des difficultés rencontrées, peu importe la technique d'intégration enseignée.

3.4.6 ANALYSE ERGONOMIQUE

Finalement, nous avons fait une analyse à l'aide de la psychologie ergonomique. Dans un premier temps, nous avons noté tous les événements qui nous semblaient relier à un des trois principes qui décrivent la nécessité professionnelle de l'enseignant. Nous les avons notés dans notre journal de bord tout au long de notre observation, du traitement des données et de notre analyse. C'est avec ces pistes en tête que nous avons pu relier certaines décisions de l'enseignant avec les principes de Roditi (2003).

CHAPITRE 4

ANALYSE A PRIORI DES TÂCHES PROPOSÉES

4.1 INTRODUCTION

Afin de déterminer le rôle des pratiques effectives d'enseignement dans les difficultés constatées chez les étudiants avec les techniques d'intégration, il nous est impératif d'analyser les tâches auxquelles ils sont confrontés. Ce chapitre aura donc pour but de présenter une analyse détaillée des exemples présentés en classe et des exercices suggérés aux étudiants.

Mentionnons que toutes les techniques d'intégration analysées servent d'outil et leur statut dans le programme est de répondre à l'élément de compétence « déterminer l'intégrale indéfinie d'une fonction » et aux deux critères de performance « manipulations algébriques conformes aux règles » et « choix et application juste des règles et des techniques d'intégration » (Gouvernement du Québec, 2000). De plus, pour tous les problèmes analysés, le but recherché par l'enseignant à travers les tâches demandées est de mettre en fonction un outil de résolution d'une intégrale. Ainsi, l'énoncé des questions portera davantage sur la méthode que sur le résultat attendu. La production demandée est une fonction, soit le résultat de l'intégrale.

Ce chapitre aura pour objectif de présenter les analyses des cinq techniques d'intégration (section 4.2 à 4.6) : 1) avec manipulations algébriques; 2) par parties; 3) avec manipulations trigonométriques; 4) avec substitutions trigonométriques; 5) par la méthode des fractions partielles. Une analyse de l'examen (section 4.7) présentée aux étudiants conclura le chapitre.

4.2 L'INTÉGRATION PAR MANIPULATION ALGÉBRIQUE

La première technique d'intégration enseignée est l'intégration avec manipulations algébriques diverses qui représente la section 1.6 du volume. Soulignons que selon l'ordre du volume, cette technique aurait dû suivre la notion du changement de variable qui a eu lieu dans le premier quart de la session plutôt que dans le troisième comme choisi par l'enseignant.

Trois manipulations algébriques sont introduites dans cette section, soit la séparation de fraction, la complétion de carré et la division de polynôme. La première peut être utilisée lorsque l'intégrale à résoudre est une fraction avec un polynôme au dénominateur. La complétion de carré peut quant à elle être utilisée lorsque l'on retrouve un polynôme au dénominateur avec ou sans radicaux. La dernière méthode est utilisable dès que le degré du numérateur est supérieur à celui du dénominateur.

4.2.1 PRÉSENTATION DE LA NOTION

Pour la section 1.6, aucune nouvelle notion n'est enseignée. Nous sommes dans une situation où nous souhaitons mettre en extension des notions déjà introduites. En effet, le concept d'intégrale et de changement de variable a déjà été vu par les étudiants plus tôt dans la session. De plus, on ajoute à la résolution d'intégrale la séparation de fraction, la complétion de carré et la division de polynôme, trois méthodes vues au secondaire et révisées dans le cours de calcul différentiel. Tous les éléments ajoutés servent d'outil afin de résoudre de nouveaux types d'intégrales.

4.2.2 PROBLÈMES TYPIQUES

Quatre problèmes types se démarquent : 1) la division de polynôme suivi d'un changement de variable; 2) la séparation de fraction suivie d'un ou de deux changements de variable et de deux résolutions parallèles; 3) la complétion de carré suivie d'un changement de variable; 4) la complétion de carré suivie d'une séparation de fraction et d'un ou de deux changements de variable.

Le premier type d'intégrale, soit la division de polynôme rencontre deux difficultés distinctes. Tout d'abord, il faut percevoir que le degré du numérateur est plus élevé que celui du dénominateur et donc d'effectuer une division de polynôme (changement de point de vue à introduire [sans indication]). Une fois la division effectuée et notre intégrale simplifiée, il reste un changement de variable à effectuer sur une partie de l'intégrale seulement, car l'intégration du binôme ne pose aucun problème (prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé).

Le deuxième type d'intégrale qui est la séparation de fraction présente aussi deux difficultés. La première est l'intuition qu'il faut tout d'abord séparer l'intégrale de départ en deux intégrales distinctes (changement de point de vue à introduire [sans indication]). La deuxième est la nécessité de résoudre deux intégrales de manière parallèle et d'avoir, par la même occasion, deux changements de variable à faire (différents ou non) pour chacune des moitiés (pluralité des arguments nécessaires à une démonstration).

Le troisième type d'intégrale démontre un seul type de difficulté, soit un changement de point de vue à introduire (sans indication). On rencontre cette difficulté à deux reprises. Tout d'abord, on doit effectuer une complétion de carrée au polynôme du dénominateur et par la suite, il faut poser judicieusement notre « u » afin d'obtenir une forme près de celle fournie dans la feuille de formule disponible aux étudiants.

Plusieurs difficultés sont rencontrées pour le quatrième type d'intégrale. Une fois la complétion de carré effectuée, l'étudiant doit changer, une seconde fois, de point de vue (sans indication) en séparant le résultat en deux intégrales différentes. On rencontre ensuite une deuxième difficulté qui en découle, soit la pluralité des arguments nécessaires à une démonstration, car deux résolutions parallèles d'intégrale sont nécessaires pour obtenir la solution. Pour une des deux intégrales, un second changement de variable est nécessaire sur le précédent changement de variable à la résolution, soit une troisième difficulté qui est la répétition des arguments. Finalement, une quatrième difficulté présente est la prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé.

4.2.3 LES EXEMPLES PRÉSENTÉS EN CLASSE

En général, les questions de la section sont implicites, mais elles pourraient être « résoudre les intégrales suivantes » et ne présentent aucune indication quant à la méthode à résoudre et ne comportent aucune étape. Seul le paragraphe d'introduction de la section permet de deviner que la méthode à utiliser découle de manipulations algébriques ou plus spécifiquement de la complétion de carré, de la division de polynôme ou de la séparation de fraction. On constate également qu'aucun habillage autour de la question n'a été fait.

Le niveau présenté est celui des connaissances mobilisables, car nous retrouvons quand même quelques indices sur la façon de procéder (bien qu'on ne spécifie pas lesquels) et les problèmes demandent la plupart du temps plusieurs étapes. En fait, le but est de transformer un nouveau problème dans une forme connue à l'aide d'opérations algébriques déjà acquises.

Plus spécifiquement, six intégrales sont effectuées par l'enseignant. De ces six problèmes, on en retrouve une du premier type, deux du deuxième type, deux du troisième type et une du dernier type. Soulignons également que les deux problèmes de type 2 possèdent chacun une méthode alternative de résolution (substitution trigonométrique et fraction partielle). Cependant, ces deux méthodes n'ont pas encore été enseignées à ce stade du cours.

Ainsi, dans les six intégrales présentées, nous pouvons voir que la difficulté la plus fréquemment rencontrée est le changement de point de vue sans indication qui est le point de démarrage de toutes les résolutions d'intégrale. Les différentes tactiques utilisées sont également présentées à plusieurs occasions, à l'exception de la division de polynômes qui n'a été présenté qu'à une seule reprise.

4.2.4 LES EXERCICES

La première série d'exercices suggérée par l'enseignant pour la section sur l'intégration avec manipulations algébriques diverses est composée de dix intégrales choisies dans le volume du cours. Huit des dix intégrales sont de niveau technique, car les étapes à effectuer pour résoudre le problème sont explicitées. De plus, soulignons que les différentes étapes énoncées sont liées entre elles, c'est-à-dire que la première étape permet d'arriver à la deuxième et ainsi de suite. Les deux dernières intégrales sont quant à elles du niveau des connaissances mobilisables, car la méthode n'est pas spécifiée bien que la section présuppose que les techniques possibles sont soit la complétion de carré, la division de polynôme ou la séparation de fraction.

Six problèmes sur les dix proposés utilisent la complétion de carré (troisième type) comme méthode de résolution (dont deux problèmes avec aucune indication), deux utilisent la division de polynômes (premier type) et deux autres la séparation de fraction (deuxième type). Seul la septième possède une méthode alternative de résolution qui peut également se résoudre à l'aide d'un changement trigonométrique, bien que cette méthode soit plus longue que la séparation de fraction.

Par rapport aux difficultés rencontrées, la plupart n'en présentent aucune, car la méthode de résolution est détaillée étape par étape, il ne reste qu'à appliquer les manipulations algébriques.

Mentionnons que la septième intégrale est la première intégrale que les étudiants rencontrent où une simplification algébrique est nécessaire pour continuer le problème après avoir séparé la fraction en deux. En effet, aucun exemple fait en classe ne présentait cette particularité. Ce n'est cependant pas considéré comme une difficulté nouvelle, car les étudiants ont déjà toutes les notions requises pour répondre à ce problème (soit de simplifier une fraction algébrique dès que possible).

4.2.5 LES EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Les exercices supplémentaires de la section portant sur les intégrations avec manipulations algébriques diverses comportent huit intégrales à résoudre. La question est d'évaluer les intégrales suivantes et l'on offre un indice qui stipule qu'une complétion de carré doit être effectuée pour chacun des problèmes.

La première intégrale présentée est un exercice de niveau technique et ne comporte aucune difficulté particulière. Les sept autres intégrales sont du quatrième type et sont du niveau des connaissances mobilisables et plutôt semblables par rapport à leur résolution et aux difficultés rencontrées.

Sur les huit problèmes présentés, un seul se résout par une autre méthode que la complétion de carré, soit par la méthode des fractions partielles qui demande moins de manipulations algébriques que la méthode suggérée en plus d'obtenir directement la solution sous sa forme la plus simplifiée. De plus, soulignons que le septième problème, bien que semblable aux autres, demande néanmoins une manipulation de fraction et de nombre rationnel qui rend les calculs moins aisés.

4.3 L'INTÉGRATION PAR PARTIE

La deuxième technique enseignée dans le cadre du cours observé est l'intégration par partie et correspond à la section 3.1 du manuel. La formule et la notation utilisée sont celle-ci :

$$\int \mathrm{udv} = \mathrm{uv} - \int \mathrm{v\,du}$$

Cette technique est utilisée lorsque l'on rencontre une intégrale où deux fonctions sont multipliées et que le changement de variable ne suffit pas à la résoudre.

4.3.1 PRÉSENTATION DE LA NOTION

Six intégrales sont présentées aux étudiants afin de se familiariser avec cette méthode. Cette notion est une réponse à de nouveaux problèmes précis que les étudiants sont en mesure de comprendre, dans ce cas-ci de nouveaux types d'intégrale. Ainsi, la méthode, c'est-à-dire la formule, est un nouveau savoir mais son utilisation ne requiert aucune nouvelle connaissance.

Deux savoirs principaux sont à mettre en fonctionnement dans le cadre des exemples présentés, soit l'intégration par partie et la résolution d'intégrale élémentaire. De plus, quelques autres savoirs sont nécessaires pour résoudre quelques-uns des problèmes présentés, soit l'intégration tabulaire (un cas particulier de l'intégration par partie), le changement de variable et la division d'un polynôme par un monôme. Ajoutons que pour l'utilisation de la technique d'intégration par partie, il est nécessaire d'utiliser la dérivée et parfois la dérivée en chaîne.

4.3.2 PROBLÈMES TYPIQUES

Identifions les quatre problèmes types qui peuvent survenir lorsqu'on effectue une intégration par partie : 1) de base, c'est-à-dire deux fonctions simples multipliées, qui ne demande qu'une seule intégration par partie; 2) lorsque nous n'avons qu'une fonction; 3) lorsque nous devons effectuer à plusieurs reprises l'intégration par partie; 4) lorsque l'intégrale « cercle » après deux intégrations par partie et que nous devons isoler ce que nous cherchons pour obtenir la solution.

Mentionnons de prime abord que toutes les intégrales présentées dans cette section comportent l'élément de difficulté d'un nouveau type de problèmes puisque nous devons appliquer une nouvelle formule qui implique un choix judicieux du « u » et du « dv ». Spécifions qu'à l'exception du dernier type de problème, tous les problèmes ont une façon unique de poser le u et le dv.

Ainsi, pour les problèmes du premier type, aucune autre difficulté n'est présente. Pour le deuxième type d'intégration par partie, nous rencontrons un nouveau type de problèmes, car contrairement aux intégrales du premier type, nous n'avons pas la multiplication de deux fonctions, mais une seule fonction. Il faut ainsi utiliser le « 1 » (implicite) devant notre fonction comme deuxième fonction. La deuxième difficulté qui s'ajoute est l'utilisation d'un changement de variable après avoir utilisé la formule de l'intégration par partie, c'est-à-dire que l'on retrouve une pluralité des arguments nécessaires à une démonstration.

Pour le troisième type, elle comporte au minimum une répétition des arguments, car au moins deux intégrations par partie successives sont nécessaires à la résolution de l'intégrale. Dans plusieurs cas, une deuxième méthode est possible, soit l'intégration tabulaire. Quant à cette deuxième méthode qui se trouve être une méthode plus rapide de résolution d'une intégrale comportant plusieurs intégrations par partie successive, elle présente une seule difficulté qui est un nouveau type de problèmes (et de résolution).

Finalement, le quatrième type comporte trois difficultés supplémentaires aux premières présentées. Tout d'abord, nous retrouvons une répétition des arguments puisqu'il faut utiliser l'intégration par partie à deux reprises. Par la suite, un nouveau type de problèmes apparaît, soit celui de « cercler » (après deux intégrations par partie, nous obtenons l'intégrale de départ à résoudre). Finalement, nous devons sélectionner l'information qui nous intéresse pour pouvoir isoler l'intégrale que nous souhaitons résoudre et obtenir la solution (sans avoir en aucun cas intégré).

4.3.3 LES EXEMPLES PRÉSENTÉS EN CLASSE

La question implicite de ces six intégrales est de résoudre les intégrales suivantes. La consigne est « examinons maintenant d'autres formes qui doivent subir le traitement de l'intégration par parties! » où nous constatons que des indications quant à la méthode utilisée sont présentes. Ceci implique que trois des six intégrales présentées sont de niveau technique, puisqu'il s'agit de contextualisation simple, sans étape ni travail préliminaire de reconnaissance (la technique à utiliser étant au préalable fournie). Les trois derniers problèmes sont, quant à eux, du niveau des connaissances mobilisables, car ils comportent plusieurs étapes et des astuces à utiliser sans indications données.

Dans cette section, nous retrouvons trois intégrales du premier type, une intégrale du deuxième, une intégrale du troisième et une intégrale du quatrième. Spécifions que toutes les intégrales présentées ne possèdent qu'une seule méthode de résolution à l'exception de la quatrième où la méthode d'intégration tabulaire est également possible. Pour cet exemple particulier, les deux méthodes sont demandées. Soulignons cependant que deux des trois intégrales du premier type utilisent le polynôme comme étant le « u » ce qui n'est pas le cas du troisième exemple où nous l'utilisons plutôt comme « dv ».

4.3.4 LES EXERCICES

Dans les exercices suggérés par l'enseignant, trois ont le premier profil, trois le second, quatre le troisième (dont trois où l'intégration tabulaire est possible) et deux correspondent au dernier. Ajoutons que pour quelques problèmes, plusieurs angles de résolution existent, mais que l'intégration par partie est toujours nécessaire (l'intégration tabulaire n'étant qu'un raccourci à certains types d'intégration par partie). De plus, soulignons que la question est : intégration par partie – calculez les intégrales suivantes et qu'ainsi la méthode de résolution est spécifiée.

4.3.4 LES EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Les exercices supplémentaires comportent sept intégrales qui ont comme consigne : « calculer les intégrales suivantes en utilisant la technique d'intégration par parties ». Six de ses problèmes sont du premier type et une du second type. Cependant, plusieurs des six problèmes de premier type utilisent une seconde méthode de résolution (un changement de variable ou une division de polynômes ou une séparation de fraction) d'où la difficulté supplémentaire d'une pluralité des arguments nécessaires à une démonstration. Un exercice demande également de résoudre deux intégrales distinctes parallèlement d'où, encore une fois, une pluralité des arguments nécessaires. De ces six problèmes, cinq ont la particularité de placer le polynôme au « dv » plutôt qu'au « u ». Soulignons également que dans cette série d'exercices, nous retrouvons plusieurs fonctions composées qui rendent les choix de « u » et de « dv » (ainsi que leur dérivée et intégrale respectives) moins aisées que les séries d'exercices précédentes.

4.4 L'INTÉGRATION DES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

La première partie de la section 3.2 du volume traite de l'intégration des fonctions trigonométriques. Trois formes de fonctions trigonométriques sont exposées dans cette section : les problèmes sinus-cosinus, tangente-sécante et cosécante-cotangente. Soulignons que la feuille de notes des étudiants contient les différentes identités trigonométriques utilisées.

4.4.1 PRÉSENTATION DE LA NOTION

L'enseignement de l'intégration des fonctions trigonométriques est particulier. En effet, aucune nouvelle notion n'est à proprement enseignée, car les étudiants ont déjà appris à utiliser les identités trigonométriques au secondaire et les intégrales qui découlent des changements de variables sont simples à résoudre. La notion peut être présentée comme une extension de notions déjà introduites, soit la résolution d'intégrale. Cependant, lors de la mise en fonctionnement, nous sommes confrontés à des problèmes du niveau des connaissances disponibles pour plusieurs raisons : les problèmes demandent plusieurs étapes, ils comportent tous plusieurs éléments à considérer à la fois, ils n'ont aucune indication quant aux formules à utiliser, les identités trigonométriques sont utilisées dans un but différent de celui du secondaire (où elles sont surtout utilisées à des fins de démonstration) et finalement il y a un nombre de problèmes différents qui rendent difficiles l'utilisation de quelques problèmes typiques. On peut en conclure que bien qu'aucune nouvelle notion ne soit enseignée, ce sont des intégrales plus difficiles à résoudre pour les étudiants.

Afin de résoudre ce type d'intégrale, les savoirs à mettre en fonction sont la résolution d'une intégrale simple, le changement de variable, l'utilisation des différentes identités trigonométriques, une bonne connaissance des dérivées et la multiplication de polynôme.

Quant aux tâches demandées pour cette technique, elles ne comportent aucune étape ni d'indication, à l'exception du type de fonction qui est à intégrer, soit des fonctions trigonométriques. De plus, aucune modélisation n'est à effectuer et les questions ne sont pas ouvertes.

4.4.2 PROBLÈMES TYPIQUES

Tel que mentionné précédemment, considérant le nombre de problèmes différents possibles pour résoudre ce type d'intégrale, il est difficile de déterminer quelques problèmes types comme il a été possible de le faire pour les deux techniques précédentes. Cependant, les difficultés rencontrées sont semblables d'un problème à l'autre, bien que les stratégies de résolution soient différentes.

Tout d'abord, pour chaque problème, deux difficultés majeures apparaissent : 1) soit la prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé (il faut considérer à la fois les identités trigonométriques et la dérivée intérieure pour un futur changement de variable); 2) un changement de point de vue à introduire sans indication (il faut modifier le problème avant d'intégrer). Les problèmes comportant ces deux seules difficultés sont ceux du premier type.

Certains problèmes demandent en plus d'utiliser plusieurs fois successivement une formule trigonométrique en plusieurs étapes qui apporte une répétition des arguments en plus des deux difficultés du premier type. Ce sont nos problèmes du deuxième type. De plus, en d'autres situations, en plus des difficultés rencontrées dans nos intégrales de type deux, plusieurs identités trigonométriques sont parfois nécessaires (pluralité des arguments nécessaires). Il s'ensuit qu'il faut résoudre notre intégrale en deux intégrales distinctes (pluralité des arguments nécessaires) dont une seule moitié nécessite un changement de variable (prise en compte simultané de plusieurs aspects). Ce sont les problèmes de troisième type.

Finalement, par rapport aux trois formes possibles (sinus-cosinus, tangente-sécante et cosécante-cotangente) les deux difficultés présentent dans chaque problème ne sont pas les mêmes. En effet, les intégrales comportant des fonctions sinus et cosinus sont plus difficiles à résoudre que les deux autres types considérant le nombre d'identités trigonométriques disponibles. Plus précisément, pour la résolution de tous les exemples et exercices, trois formules différentes sont utilisées pour les sinus-cosinus contre une pour les tangente-sécante et une pour les cosécante-cotangente. Précisons que la résolution d'un problème tangente-sécante et cosécante-cotangente est très semblable quant au niveau de difficultés, aux stratégies et aux manipulations algébriques nécessaires. Cependant, certains problèmes[2] tangente-sécante et cosécante-cotangente peuvent être transformés en problème sinus-cosinus. Soulignons que cette résolution est souvent plus longue.

4.4.3 LES EXEMPLES PRÉSENTÉS EN CLASSE

Neuf exemples ont été exposés en classe, dont cinq problèmes sinus-cosinus, quatre problèmes tangente-sécante et aucun problème cosécante-cotangente. Quant aux difficultés rencontrées, six problèmes sont du premier type, un du deuxième type et deux du troisième type. Trois des quatre problèmes de tangente-sécante peuvent se transformer en problème sinus-cosinus et possèdent donc deux méthodes de résolution.

4.4.4 LES EXERCICES

Pour les exercices suggérés dans le volume, huit problèmes ont été ciblés pour les étudiants dont six problèmes sinus-cosinus, un problème tangente-sécante et un problème cosécante-cotangente. Soulignons que les étudiants ont été confrontés pour la première fois à cette forme de problème lors de cet exercice puisqu'aucun exemple n'a été fait durant le cours. Par rapport aux difficultés rencontrées, la moitié des problèmes sont du premier type, deux du deuxième type et deux du troisième type. Une seule méthode de résolution est possible pour chacun des problèmes de cette série.

[2] Lorsque l'exposant de la tangente ou de la cotangente est impair.

4.4.4 LES EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Dix problèmes supplémentaires sont à effectuer par les étudiants, dont trois problèmes sinus-cosinus, cinq problèmes tangente-sécante et deux problèmes cosécante-cotangente. De ces problèmes, huit problèmes sont du premier type, un du deuxième type et un du dernier type. Toutefois, deux problèmes se distinguent des autres rencontrés précédemment. En effet, un des problèmes comporte deux méthodes différentes pour la résolution qui sont complètement équivalentes quant à la résolution et au temps d'exécution. Cependant, un autre problème comporte lui aussi deux méthodes de résolution différentes dont une est beaucoup plus longue et exigeante que l'autre. Dans les deux cas, les deux méthodes consistent en l'utilisation d'un changement de variable plutôt qu'un autre et se résolvent donc tous les deux par l'utilisation d'identités trigonométriques. Finalement, quatre problèmes (trois tangente-sécante et un cosécante-cotangente) peuvent également se résoudre à l'aide des fonctions sinus et cosinus.

4.5 L'INTÉGRATION PAR SUBSTITUTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

La seconde partie de la section 3.2 du volume traite de l'intégration par substitutions trigonométriques. Cette technique peut être utilisée lorsque l'intégrale comporte une somme ou une différence de carré (qui peut être également obtenu par une complétion de carré suivi d'un changement de variable).

Six substitutions sont possibles pour trois situations possibles. Ainsi deux substitutions trigonométriques différentes sont possibles pour chaque problème présenté.

4.5.1 PRÉSENTATION DE LA NOTION

L'intégration par substitutions trigonométriques permet de résoudre de nouveaux problèmes précis à l'aide de nouvelles notions compris par les étudiants. Cependant, bien que l'utilisation de la substitution soit une nouvelle notion, les outils nécessaires sont quant à eux tous connus des étudiants (utilisation des identités trigonométriques et connaissances du triangle de Pythagore).

Bien que la méthode soit identifiée par les titres de sections, le niveau de mise en fonctionnement est néanmoins celui des connaissances disponibles. En effet, plusieurs étapes sont nécessaires à la résolution dont l'intégrale de fonctions trigonométriques analysées précédemment. Bien que le départ soit semblable d'une intégrale à l'autre, les résolutions restent différentes.

Les connaissances utilisées pour ces notions sont la résolution d'intégrale simple et par changement de variable, l'utilisation des identités trigonométriques et du triangle de Pythagore ainsi qu'une bonne connaissance des dérivées. En d'autres mots, il faut une connaissance du triangle de Pythagore et de l'intégration de fonctions trigonométriques vu précédemment.

Pour tous les problèmes, autant ceux présentés par l'enseignant que les exercices que les étudiants doivent accomplir, il est indiqué que la substitution trigonométrique est nécessaire. Cette dernière est également la seule méthode possible comme résolution, les méthodes alternatives apparaissant à la suite de la substitution trigonométrique initiale. Mentionnons cependant que puisque deux substitutions trigonométriques sont possibles par intégrale, chaque problème comporte alors deux méthodes de résolution distinctes qui sont cependant tout à fait équivalentes par rapport au temps de résolution et aux difficultés rencontrées.

4.5.2 PROBLÈMES TYPIQUES

Tout comme les problèmes de fonctions trigonométriques, il est difficile d'identifier des problèmes typiques. Nous joindrons les intégrales en fonction des difficultés rencontrées pour un problème donné.

Le problème de base, soit celui du premier type, comporte quatre difficultés. Tout d'abord un problème ignoré jusqu'alors, soit le choix du bon triangle afin d'effectuer un changement de variable efficace. Il s'ensuit une suite de simplifications algébriques et l'utilisation de plusieurs identités trigonométriques, d'où une pluralité nécessaire à une démonstration et un changement de point de vue à introduire sans indications. Finalement, afin de rendre une réponse cohérente au problème de départ, il est indispensable de transformer la solution obtenue, à l'aide des changements de variables et du triangle rectangle effectué plus tôt, avec les mêmes variables qu'au départ, d'où la présence une seconde fois d'un changement de point de vue à introduire sans indication donnée.

Les trois autres types de problèmes sont des variantes du problème de premier type. Ainsi, le deuxième type comporte une difficulté supplémentaire, soit l'utilisation de nouvelles identités trigonométriques afin de retourner notre résultat avec les mêmes variables qu'au départ (problèmes ignorés jusqu'alors). Le troisième type comporte une difficulté supplémentaire au premier type d'intégrale, soit la prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé puisqu'il faut considérer à la fois les identités trigonométriques ainsi que la dérivée intérieure pour un futur changement de variable. Le quatrième type est une variante du troisième, lorsque nous devons transformer notre problème de tangente, sécante, cosécante ou cotangente, en problème de sinus et de cosinus ou encore transformer un problème comportant des sinus et des cosinus en problème de tangente, sécante, cosécante ou cotangente. Il s'agit alors de problèmes ignorés jusqu'alors.

4.5.3 LES EXEMPLES PRÉSENTÉS EN CLASSE

Quatre problèmes sont explicités par l'enseignant. De ces problèmes, deux peuvent se résoudre à l'aide d'un changement de variable utilisant le sinus ou le cosinus, un problème en utilisant la tangente ou la cotangente et également un problème utilisant soit la cosécante ou la sécante.

Par rapport aux difficultés présentes, trois des quatre intégrales présentées sont des intégrales de base, c'est-à-dire du premier type. Le dernier problème est quant à lui du deuxième type. Soulignons qu'un des problèmes du premier type comporte quatre méthodes de résolution distinctes (puisque chacun des deux changements de variables possibles comporte deux méthodes de résolution différentes, dépendamment du choix d'identités trigonométriques retenues). Ces quatre démarches sont cependant identiques au niveau des difficultés et du temps d'exécution.

4.5.4 LES EXERCICES

Pour cette partie de matière aucun exercice supplémentaire n'a été préparé par l'enseignant et ainsi onze problèmes à résoudre ont été ciblés dans le volume. De ces problèmes, cinq problèmes doivent être résolus à l'aide d'un changement de variable utilisant le sinus ou le cosinus, deux utilisant la tangente ou la cotangente et quatre utilisant soit la cosécante ou la sécante.

Quant aux types de difficultés, trois problèmes sont du premier type, un du deuxième type, deux du troisième type et cinq du dernier type. Dans cette suite de problèmes, nous retrouvons également un problème comportant quatre méthodes de résolution distinctes de la même manière que celui présenté en exemple.

4.6 L'INTÉGRATION PAR LA MÉTHODE DES FRACTIONS PARTIELLES

La dernière technique d'intégration enseignée est la méthode des fractions partielles. Cette technique peut être utilisée lorsque l'on retrouve un polynôme au dénominateur et au numérateur. Cette méthode correspond à la section 3.3 du volume.

Trois situations différentes sont enseignées avec la méthode des fractions partielles : soit on retrouve un facteur linéaire, un facteur quadratique (irréductible) ou un facteur multiple. Dans le premier cas, le numérateur est un inconnu, dans le second le numérateur est de la forme Ax+B, et dans le dernier cas, le numérateur suit les deux règles précédentes et le dénominateur apparait à toutes les puissances jusqu'à celle du problème de départ. Par exemple :

$$\frac{2x-1}{(x+5)^2(x-3)(x^2+1)} = \frac{A}{x+5} + \frac{B}{(x+5)^2} + \frac{C}{x-3} + \frac{Dx+E}{x^2+1}$$

4.6.1 PRÉSENTATION DE LA NOTION

La méthode des fractions partielles est une notion nouvelle, mais qui peut être présentée aux étudiants comme réponse à des problèmes précis qu'ils sont en mesure de saisir, par exemple dans le cas de la résolution d'une intégrale. Cependant, bien que la méthode soit nouvelle, elle utilise des notions déjà acquises par les étudiants. Plus précisément, pour répondre à ce type de problème les savoirs à mettre en fonctionnement sont la résolution d'une intégrale simple, la séparation d'une fraction en fractions partielles, la factorisation, la séparation de fraction, la division polynomiale et la résolution de systèmes d'équations linéaires à deux, trois, quatre ou cinq inconnus. On constate que seule la séparation d'une fraction en fractions partielles est un savoir nouveau.

De plus, considérant les tâches demandées, puisque plusieurs informations y sont fournies, les problèmes sont du niveau des connaissances mobilisables. En effet, les problèmes comportent plusieurs étapes où le but est de retourner à une forme que l'on connaît et maîtrise.

4.6.2 PROBLÈMES TYPIQUES

Contrairement aux méthodes précédentes, la résolution d'intégrale à l'aide des fractions partielles ne possède pas de problèmes typiques. En effet, bien que quelques petites variantes existent, les étapes de résolutions sont toujours les mêmes : 0) Division polynomiale si le degré du numérateur est plus élevé que celui du dénominateur; 1) Division en fractions partielles; 2) Résolution d'un système d'équations; 3) Résolution de l'intégrale.

Lorsque l'étape 0 est nécessaire, nous rencontrons un changement de point de vue à introduire. Pour la première étape, nous rencontrons un nouveau type de problème et un autre changement de point de vue à introduire, car il faut diviser le problème en fractions partielles. La seconde étape a comme difficulté que la rapidité devient un facteur de réussite, car toutes les méthodes de résolution d'un problème linéaire ne sont pas équivalentes quant à la vitesse d'exécution. Finalement, la résolution d'intégrale n'apporte aucune difficulté supplémentaire en général, sauf à quelques occasions où il faut séparer la fraction pour résoudre l'intégrale et ainsi devoir changer de point de vue sans indication.

De plus, pour quelques problèmes, une deuxième méthode de résolution est possible soit par substitutions trigonométriques. Cependant, cette technique est plus longue que celle suggérée dans les consignes.

4.6.3 LES EXEMPLES PRÉSENTÉS EN CLASSE

Six exemples ont été présentés en cours où nous retrouvons deux problèmes utilisant des facteurs linéaires, un exemple utilisant des facteurs linéaires multiples, un autre des facteurs quadratiques et linéaires et deux exemples utilisant un facteur quadratique et des facteurs linéaires multiples. Un problème présenté demande une division au préalable et deux exemples possèdent deux méthodes de résolution différentes.

Quant à la résolution d'équations linéaires, on retrouve deux problèmes à deux inconnus, deux problèmes à trois inconnus, un problème à quatre inconnus et un problème à cinq inconnus.

4.6.4 LES EXERCICES

Une seule série d'exercices est demandée aux étudiants et comporte 18 exercices choisis dans le volume. Les huit premiers exercices demandent aux étudiants de seulement décomposer les fonctions rationnelles en fractions partielles. Les huit problèmes utilisent des facteurs linéaires dont deux demandent une division au préalable. Ajoutons qu'on retrouve un système d'équations à deux inconnus à six occasions et que les deux autres problèmes demandent de résoudre un système d'équation à trois inconnus.

Quant aux dix autres exercices demandés, les questions comportent plusieurs étapes qui sont liées entre elles, par exemple : Facteurs linéaires répétés – Décomposez les intégrales en fractions partielles, puis calculez les intégrales suivantes. (Indication : Si la fraction rationnelle est impropre, n'oubliez pas de faire d'abord la division polynomiale)**.** On retrouve ainsi la difficulté d'un changement de point de vue à introduire sans indication sans plus.

Bref, pour les dix derniers exercices, cinq utilisent des facteurs linéaires, deux des facteurs linéaires multiples, un des facteurs quadratiques et linéaires et deux autres des facteurs quadratiques multiples. Nous retrouvons également deux problèmes dont une division polynomiale préalable à la résolution. De plus, deux problèmes peuvent se résoudre à l'aide de la substitution trigonométrique. Quant aux systèmes d'équations à résoudre, nous retrouvons quatre problèmes à deux inconnus, trois problèmes à trois inconnus, deux problèmes à quatre inconnus et un problème à cinq inconnus.

4.7 ANALYSE DE L'EXAMEN

La seule évaluation portant sur les techniques d'intégrale est lors du troisième examen de la session où l'on évalue également la règle de l'Hospital. Cependant, dans le cadre de ce mémoire, seule une analyse des problèmes reliés aux techniques d'intégration est effectuée, c'est-à-dire les deux premières questions.

4.7.1 DESCRIPTION

La première question, qui est d'évaluer les intégrales suivantes en utilisant une méthode appropriée, comporte trois sous-questions indépendantes. Ces trois tâches sont du niveau des connaissances disponibles, car aucune indication n'est présente. Ce sont les trois problèmes les plus difficiles de l'examen. La première sous question peut se résoudre de deux manières différentes, soit par la séparation de fraction (voir section 4.2.2, problème du deuxième type) ou par la substitution trigonométrique (voir section 4.5.2, problème du premier type). La démarche attendue par l'enseignant est la première méthode, car elle est plus rapide et comporte moins de difficulté que la seconde. La deuxième sous-question peut également se résoudre de deux méthodes différentes, soit par la méthode des fractions partielles (voir section 4.6.2, problème du premier type) ou par la méthode de la complétion de carré (voir section 4.2.2, problème du troisième type). La démarche la plus simple et la plus rapide est par la méthode des fractions partielles, mais le solutionnaire indique que la méthode souhaitée par l'enseignant est par complétion de carré. La troisième sous question est un problème d'intégration par partie que l'on doit effectuer à plusieurs reprises. Nous pouvons également utiliser comme raccourci la méthode tabulaire (voir section 4.3.2, problème du troisième type). Cette seconde méthode est la solution souhaitée.

La deuxième question, qui est de calculer les intégrales suivantes en utilisant la technique d'intégration spécifiée, est du niveau des connaissances mobilisables et comporte quant à elle quatre sous questions indépendantes les unes des autres. La première intégrale à résoudre est par partie (voir section 4.3.2, problème du premier type), la deuxième à l'aide de fonctions trigonométriques (voir section 4.4.2, problème tangente-sécante du premier type, mais qui peut également se résoudre comme un problème sinus-cosinus du premier type). La démarche attendue est par tangente-sécante. La résolution de la troisième intégrale est par une substitution trigonométrique (voir section 4.5.2, problème du premier type) et la dernière par fractions partielles (voir section 4.6.2, sans division).

4.7.2 LES DIFFICULTÉS

À l'exception de la sélection d'informations, toutes les difficultés rencontrées dans les exemples et les exercices sont présentes dans l'examen. D'ailleurs, nous retrouvons plusieurs changements de point de vue à introduire sans indications et de nouveaux types de problèmes, mais les méthodes ne sont plus toutes équivalentes.

4.8 DIFFICULTÉS RÉPERTORIÉES SELON LA TECHNIQUE D'INTÉGRATION

Dans les sections précédentes, nous avons décrit pour chaque technique d'intégration les difficultés rencontrées. Le tableau suivant résume les informations précédemment décrites. Toutefois, les difficultés attribuées à une technique d'intégration donnée ne sont pas nécessairement toutes présentes dans chacun de ces problèmes.

Tableau 10 – Difficultés présentes selon la technique d'intégration

		Méthodes ou techniques d'intégration				
		Intégration avec manipulation algébrique	Intégration par partie	Intégrale trigonométrique	Intégration par substitution trigonométrique	Intégration par la méthode des fractions partielles
Difficultés	Changement de point de vue à introduire (sans indication)	X		X	X	X
	Nouveaux types de problèmes		X		X	X
	Pluralité des arguments nécessaires à une démonstration	X	X	X	X	
	Répétition des arguments	X	X	X		
	Mises en relation ou prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé	X		X	X	
	Sélection d'information		X			
	Toutes les méthodes ne sont plus équivalentes, la rapidité devient un facteur de réussite				X	X

CHAPITRE 5

L'ANALYSE A POSTERIORI DES OBSERVATIONS FAITES EN CLASSE

5.1 INTRODUCTION

Les pratiques effectives d'enseignement jouent-elles un rôle dans les difficultés constatées chez les étudiants, plus précisément dans l'apprentissage de différentes techniques d'intégration enseignées dans le cours de calcul intégral au collégial? Pour tenter de répondre à cette question, dans ce chapitre nous documenterons en détails et analyserons dans une perspective à la fois didactique et ergonomique l'enseignement fait en classe par un enseignant.

Afin de brosser un portrait de la pratique effective de l'enseignant observé, trois aspects sont décrits et analysés dans les premières sections de ce chapitre, soit la chronologie des séances, le discours de l'enseignant et son utilisation du tableau. Suivant l'analyse des tâches effectuées et présentée au chapitre 4, une section est dédiée à la description des stratégies utilisées par l'enseignant pour chacune des difficultés rencontrées dans les problèmes présentés en salle de classe. Finalement, la dernière section porte sur le volet ergonomique de l'enseignement.

5.2 CHRONOLOGIE DES SÉANCES

Pour tous les cours observés, le scénario choisi par l'enseignant est sensiblement le même : une suite de résolutions d'intégrales au moyen de la méthode à enseigner. Pour chacune des sections, un cahier avec les problèmes à résoudre, sans les solutions et sans les démarches, est fourni aux étudiants. Le cahier correspond au déroulement de la séance prévue par l’enseignant. On y retrouve la même information que sur le tableau interactif, préparé préalablement par l’enseignant.

Sept cours ont été utilisés pour enseigner les différentes techniques d’intégration, pour un total approximatif de six heures, avec une moyenne d’environ 50 minutes par séance de cours. Le tableau suivant détaille le temps (approximatif) utilisé par l’enseignant dans chacun des cours pour les cinq techniques d’intégration enseignées.

Tableau 11 – Temps utilisé pour chacune des techniques d'intégration

<table>
<tr><th>Cours</th><th>Technique enseignée</th><th>Temps utilisé
(en minutes)</th><th>Temps d'enseignement dirigé par l'enseignant
(en minutes)</th><th>Travail individuel ou en petites équipes
(en minutes)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Intégration avec manipulation algébrique
(section 1.6)</td><td>60</td><td>55</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Intégration par partie
(section 3.1)</td><td>45</td><td>45</td><td>0</td></tr>
<tr><td>3</td><td rowspan="2">Intégration trigonométrique
(section 3.2)</td><td>45</td><td>45</td><td>0</td></tr>
<tr><td>4</td><td>40</td><td>25</td><td>15</td></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="2">Intégration par substitution trigonométrique
(section 3.2)</td><td>50</td><td>35</td><td>15</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>10</td><td>10</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Méthode des fractions partielles</td><td>60</td><td>60</td><td>0</td></tr>
<tr><td>7</td><td>50</td><td>20</td><td>30</td></tr>
</table>

Nous remarquons que l’enseignant dirige en grande majorité son enseignement dans lequel le rôle des étudiants se limite à écouter, répondre aux questions que l’enseignant pose à la classe et à transcrire la solution du problème dans leurs cahiers. Quelques périodes de travail individuel ont lieu afin de permettre aux étudiants de mettre en application leurs nouvelles connaissances. Les périodes de travail individuel se font lorsque l'enseignant a déjà donné plusieurs exemples sur la nouvelle technique d'intégration. Lors de ces périodes, l'enseignant va souvent, en silence, résoudre le problème au tableau en parallèle ou donner des pistes de réflexion aux étudiants. Il répond également aux questions individuelles des étudiants. Dans la majorité des cas, la solution de l'intégrale que les étudiants résolvent est inscrite au tableau après quelques minutes. Le tableau 13 détaille les activités de l'enseignant et des étudiants lors du quatrième cours.

Le cours de calcul intégral possède une pondération de 3-2-3 (Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, 2017, p. 23), c'est-à-dire trois heures d'enseignement théorique, deux heures d'exercices en classe et trois heures de travail personnel par semaine (Gouvernement du Québec, 2000, p. 17). Le tableau 12 indique, pour les six derniers cours qui ont eu lieu sur deux semaines complètes, le temps pris par l'enseignant pour l'enseignement théorique et les exercices à faire en classe en comparaison au temps officiel indiqué par le Ministère de l'Éducation.

Tableau 12 – Heures d'enseignement théorique et d'exercices en classe

	Semaine 2		Semaine3	
	Officiel	Observé	Officiel	Observé
Heures d'enseignement théorique (en minutes)	150	165	150	125
Heures d'exercices en classe (en minutes)	100	15	100	45

Tableau 13 – Description des activités par l'étudiant et par l'enseignant du quatrième cours

<table>
<tr><th>Temps approximatif</th><th>Activité de l'enseignant</th><th>Activité des étudiants</th><th>Notion mathématique</th></tr>
<tr><td>2 minutes</td><td rowspan="4">Dirigée par l'enseignant (Explication et résolution au tableau)</td><td rowspan="3">Écoute passive</td><td>Aucune (accueil des étudiants)</td></tr>
<tr><td>1 minute</td><td>Retour sur la résolution de la cinquième intégrale du cours précédent</td></tr>
<tr><td>1 minute</td><td>Introduction</td></tr>
<tr><td>3 minutes</td><td>Réponds aux questions de l'enseignant et transcrit la solution</td><td>Résolution de la sixième intégrale</td></tr>
<tr><td>7 minutes</td><td>Donne quelques indications sur les étapes à faire</td><td rowspan="2">Travail individuel ou en petite équipe</td><td rowspan="3">Résolution de la septième intégrale</td></tr>
<tr><td>2 minutes</td><td>Résout le problème en silence</td></tr>
<tr><td>3 minutes</td><td>Dirigée par l'enseignant (Explication et résolution au tableau)</td><td>Répond aux questions de l'enseignant et transcrit la solution</td></tr>
<tr><td>8 minutes</td><td>Résout le début du problème en parallèle et donne des indications</td><td>Travail individuel ou en petite équipe</td><td>Résolution de la huitième intégrale et neuvième intégrale</td></tr>
<tr><td>4 minutes</td><td rowspan="2">Dirigée par l'enseignant (Explication et résolution au tableau)</td><td rowspan="2">Répond aux questions de l'enseignant et transcrit la solution</td><td>Résolution de la huitième intégrale</td></tr>
<tr><td>8 minutes</td><td>Résolution de la neuvième intégrale</td></tr>
</table>

Le nombre d'heures officiel a été revu à la baisse, étant donné que l'enseignant prévoit un temps de déplacement entre les différents cours de 10 minutes, ainsi chaque période affichée à l'horaire est comptabilisée à 50 minutes plutôt qu'une heure. Dans la deuxième semaine, un minitest de cinquante minutes sur la matière antérieure a été fait en classe, temps qui a été comptabilisé dans le nombre d'heures d'enseignement théorique. Nous remarquons que le nombre d'heures d'exercices en classe n'est pas respecté par l'enseignant, ce qui se traduit par le départ hâtif des étudiants de leur salle de classe. Selon les entrevues faites avec l'enseignant, la séquence théorique est plus intense au départ qu'à la fin. Les étudiants ont davantage l'occasion de faire des exercices en classe avant l'examen. De plus, même si les étudiants quittent la salle de classe, l'enseignant considère que c'est « néanmoins du temps de travail personnel qui s'ajoute à ce qu'ils ont à faire à la maison » (L'enseignant, 2013).

5.3 DISCOURS

Lors du discours de l'enseignant, plusieurs éléments sont à considérer pour présenter un portrait général de la situation. Dans le cadre de notre recherche, nous nous sommes arrêtés à trois aspects du discours : les buts et les fonctions de ce discours, les tâches mathématiques demandées par l'enseignant et la gestion faite par l'enseignant après différents incidents rencontrés en salle de classe.

5.3.1 BUTS ET FONCTIONS DU DISCOURS

Tel que mentionné à la section 2.3.1.3, il existe deux grandes catégories qui regroupent les différentes fonctions d'un discours, soit les fonctions cognitives et les fonctions non cognitives. Dans le discours de l'enseignant, plus ou moins le quart[3] de ses interventions sont d'ordre non cognitif, ce qui rejoint les résultats de Pariès (2004). Elle

[3] Pour les 1653 interventions de l'enseignant, 393 sont non cognitives, ce qui représente environ 23,8 %.

mentionne que cela « atteste de la nécessité pour le professeur d'établir et de maintenir une communication active avec les élèves. » (Pariès, 2004, p. 271). La figure suivante représente les différentes fonctions utilisées dans le discours de l'enseignant lors des sept périodes de cours.

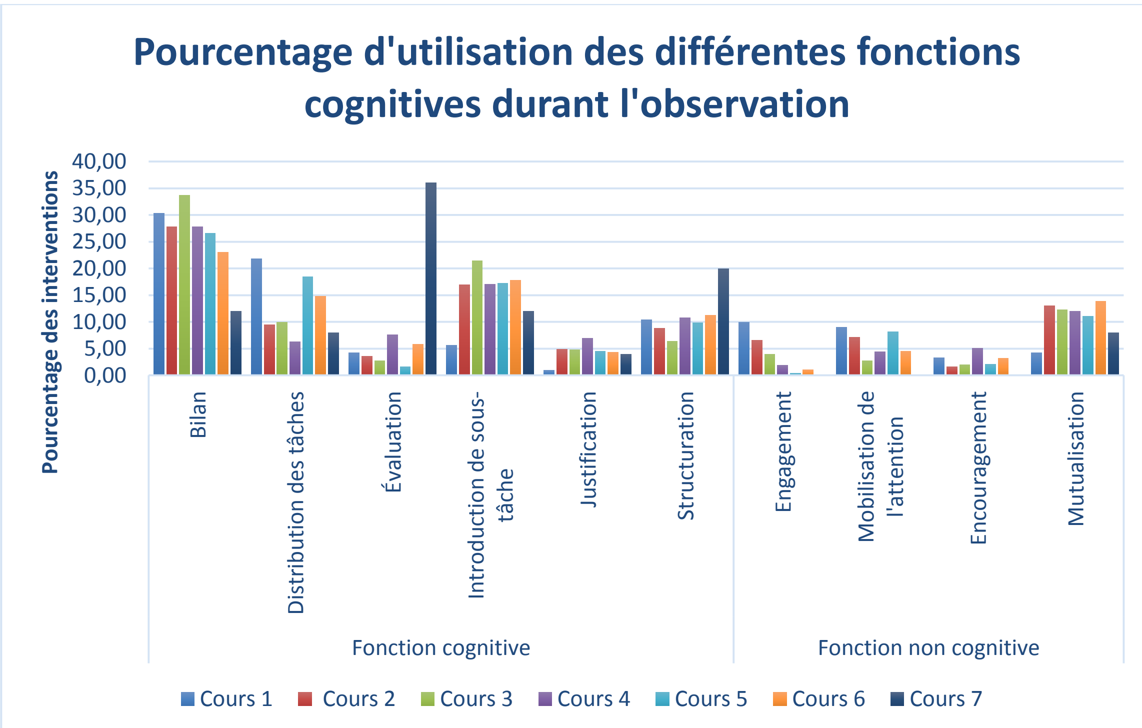


Figure 4 – Utilisation des fonctions cognitives

Le modèle de l'enseignant est relativement similaire lors de la résolution d'un problème : l'enseignant fractionne la tâche à accomplir (introduction de sous-tâches), demande aux étudiants de l'aider en posant des sous-questions menant à la résolution, généralement des tâches simples et isolées, mutualise les réponses des étudiants au reste de la classe et écrit au tableau les démarches étape par étape menant aux solutions.

Selon Pariès (2004), la fonction privilégiée du discours de l'enseignant est l'évaluation. L'évaluation permet, entre autres, à l'enseignant d'accepter ou de rejeter la proposition d'un étudiant. Elle permet également de renvoyer l'évaluation à l'étudiant. Le graphique ci-dessous indique cependant que l'enseignant préfère la fonction bilan qui permet à l'enseignant de donner la réponse attendue ou une partie de celle-ci. Ce résultat concorde avec le type d'enseignement prodigué, c'est-à-dire un enseignement qui est dirigé principalement par l'enseignant. En salle de classe, cela se reflète par l'enseignant qui donne très peu de rétroactions sur les réponses données par les étudiants se contentant de les répéter lorsqu'elles sont vraies. Nous remarquons cependant que lors du dernier cours, les étudiants ont eu l'occasion de travailler les problèmes avant la résolution de l'enseignant et ainsi nous retrouvons que la fonction la plus utilisée est celle de l'évaluation.

Soulignons la grande présence de l'aide à l'étudiant dans le discours de l'enseignant, celle-ci regroupe toutes les fonctions cognitives, à l'exception de l'évaluation. Ces résultats vont dans le même sens que ceux de Pariès (2004).

Par rapport au but, les données sont plutôt constantes d'un cours à un autre. Les buts assertifs varient entre 44 et 57 % et les buts directifs entre 34 et 43 %. À l'exception du premier cours où le nombre de buts directifs est égal au nombre d'interventions ayant un but assertif, le but assertif est toujours majoritaire dans le discours de l'enseignant.

Pour les sept cours observés, le but assertif représente environ la moitié des interventions faites par l'enseignant, tel qu'on peut le constater à la figure 5. C'est durant ces interventions qu'il énonce « des vérités » ou des généralités. Nous retrouvons ensuite près de 40 % des buts directif et commissif/directif où l'enseignant « tente de faire réagir, réfléchir, écouter, agir les élèves, seuls ou en collaboration avec le professeur » (Pariès, 2004, p. 272).

L'implication de l'enseignant dans l'enseignement qu'il prodigue se reflète à travers les buts déclaratif, commissif et expressif qui occupent tout juste 10 % des buts.

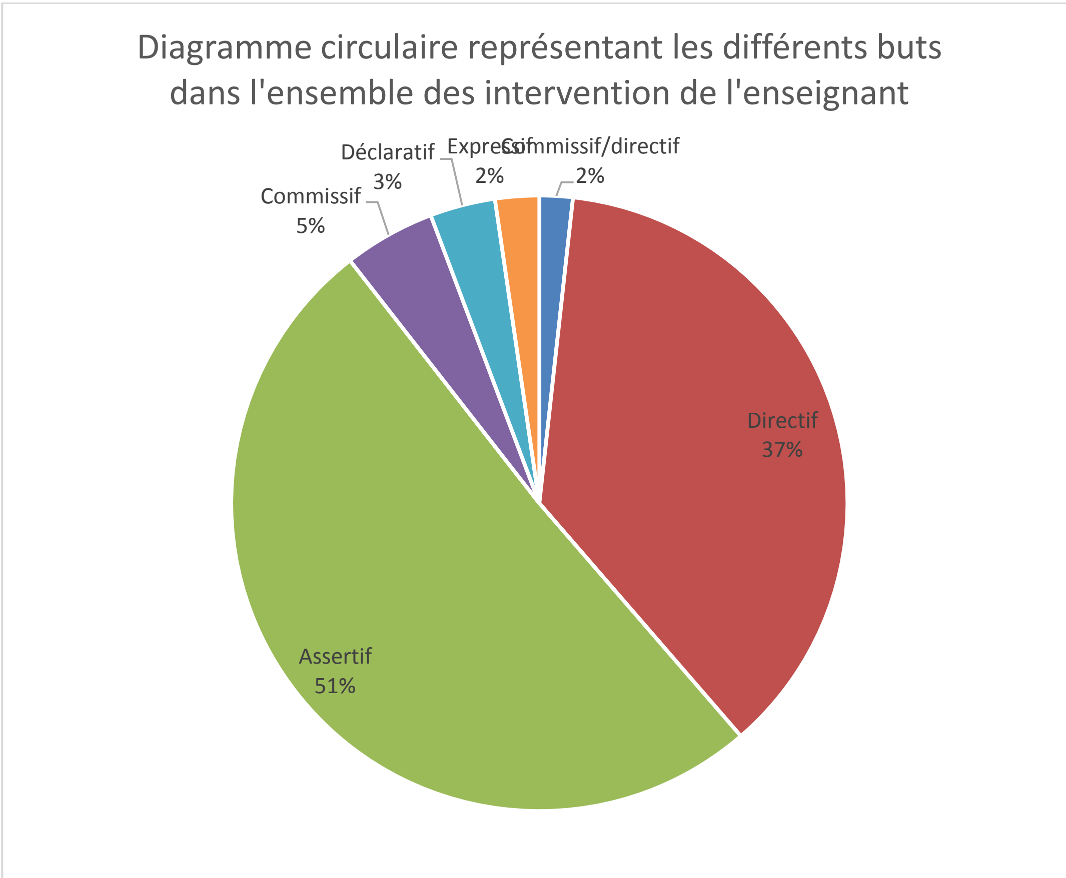


Figure 5 – Buts du discours

Nous pouvons ainsi dire que l'enseignant prend en charge un peu plus de 60 % de l'enseignement. De plus, presque toutes les interventions ayant pour but de mettre les étudiants en activité sont de type directif, c'est-à-dire sous forme de questionnements. Nous pouvons classer ces questionnements en deux catégories : des tâches mathématiques que l'enseignant demande à sa classe qui seront analysées dans la section suivante et des interventions sous forme de questions qui ont pour objectif de mobiliser l'attention des étudiants et qui ne relèvent donc pas des notions mathématiques.

5.3.2 LES TÂCHES DEMANDÉES PAR L'ENSEIGNANT

Une analyse des tâches demandées par l'enseignant à la classe a été effectuée et répertoriée en trois catégories : les tâches simples et isolées, les tâches simples et les tâches complexes. Nous constatons que le succès d'étape est visiblement important pour l'enseignant. En plus de ponctuer son enseignement de plusieurs « ça va? », dont la réponse n'est même pas attendue par l'enseignant, celui-ci pose toujours plus de 60 % de tâches simples et isolées. Le graphique suivant représente pour chaque cours, le pourcentage de tâches complexes, simples, et simples et isolées demandées par l'enseignant sous forme de questions durant son enseignement.

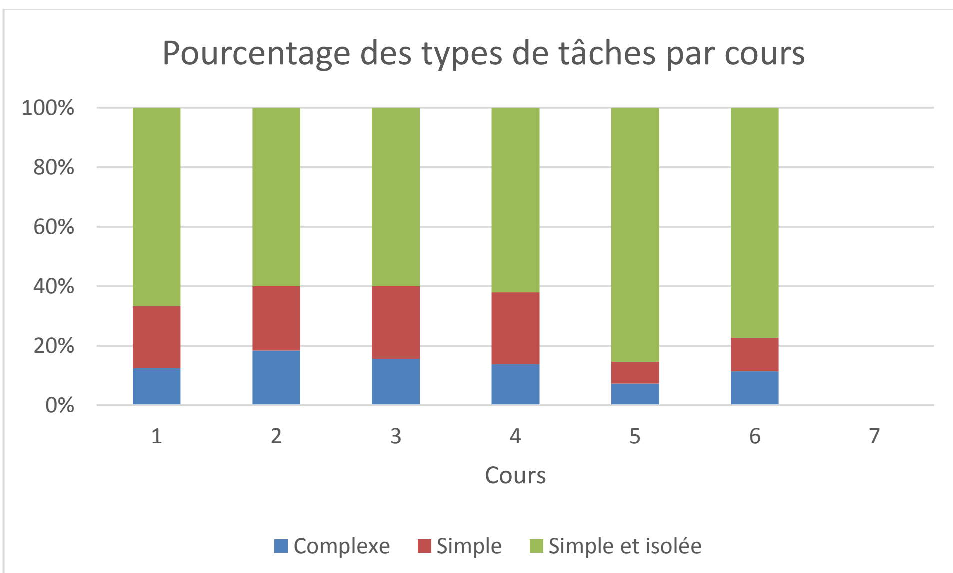


Figure 6 – Type de tâches

Bien que la totalité des problèmes présentés en classe soit de type complexe, la segmentation du problème faite par l'enseignant l'amène à poser des questions ponctuelles pendant la résolution du problème. Par exemple « quelle est l'intégrale de e^x? » ou encore

« que donne $\frac{1}{2} - 1$ » qui sont des calculs intermédiaires dans la résolution du problème, d'où la présence d'une majorité de tâches simples et isolées.

Quelques échanges entre les étudiants et l'enseignant découlent d'une tâche demandée aux étudiants. Celles-ci sont cependant peu nombreuses et rapides. En effet, l'enseignant pose une question et les étudiants répondent, ce qui laisse peu d'autonomie aux étudiants. La principale forme de discours, soit la forme « poupée russe » que nous retrouvons, abonde dans le même sens.

5.3.3 GESTION DES INCIDENTS

Le nombre d'incidents répertoriés dans les cours observés est nombreux, plus précisément nous en dénombrons 130 pour les sept périodes de cours. Cela représente environ un incident toutes les deux minutes et demie. Tout comme les résultats de Roditi (2003), nous constatons que pratiquement tous les incidents portent sur du contenu directement lié à la stratégie d'enseignement. Le tableau 14 représente l'adaptation de l'enseignant, c'est-à-dire la gestion de l'enseignant en fonction du type d'incident et de son emplacement par rapport au scénario.

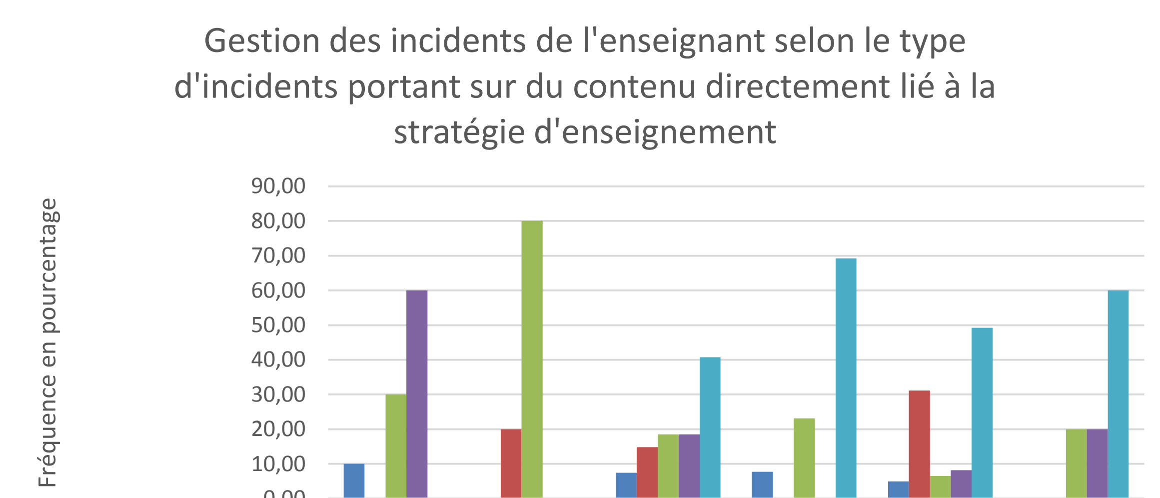
Nous remarquons, par exemple, que près de la moitié des incidents porte sur le silence des étudiants après une question posée par l'enseignant en classe. Autrement dit, l'enseignant n'obtient pas de réponses à sa question. L'enseignant va relancer la classe près de la moitié du temps avec ou sans explications supplémentaires ou tout simplement poursuivre son cours. Il ignorera le silence en poursuivant son explication ou encore en répondant tout simplement lui-même à sa question.

Tableau 14 – Gestion des incidents selon le type

Emplacement	Type d'incident	Gestion des incidents						Total
		Enrichir	Ignorer l'incident	Lui répondre		Relance l'étudiant		
				avec	sans	avec	sans	
				Explications supplémentaires				
Contenu directement lié à la stratégie d'enseignement	Erreur de l'enseignant	1		3	6			10
	Question		1	4				5
	Erreur ou réponse erronée	2	4	5	5	7	4	27
	Réponse incomplète	1		3		6	3	13
	Silence	3	19	4	5	16	14	61
	Désaccord (alors que personne n'a tort)			1	1	3		5
Objet d'enseignement qui n'est pas directement lié à la stratégie prévue	Erreur de l'enseignant			2	5			7
	Question		1	1				2
Total		7	25	23	22	32	21	130

Nous constatons qu'une fois sur cinq, l'enseignant décidera d'ignorer l'incident qui s'est produit en classe. De plus, la gestion des incidents nous informe que lorsque l'incident n'est pas directement lié à la stratégie d'enseignement prévue, l'enseignant est très fermé sur la gestion, soit il ignore l'incident ou il lui répond. Lorsque l'incident porte plutôt sur le contenu du cours, l'enseignant va démontrer davantage d'ouverture en relançant l'activité des étudiants dans un peu moins de la moitié des incidents.

Le graphique de la figure 7 illustre les méthodes de gestion privilégiées par l'enseignant selon l'incident rencontré pour les incidents portant sur du contenu directement lié à la stratégie d'enseignement. Nous remarquons certaines régularités ou tendances lorsqu'un étudiant avertit l'enseignant que celui-ci a fait une erreur au tableau par exemple, la plupart du temps une erreur de calcul, l'enseignant se contente de la corriger sans explication supplémentaire. Par contre, lorsqu'un étudiant pose une question à l'enseignant et que celle-ci porte sur le contenu enseigné, l'enseignant va lui répondre avec des explications supplémentaires.



	Erreur de l'enseignant	Question	Erreur ou réponse erronée	Réponse incomplète	Silence	Désaccord (alors que personne n'a tort)
Enrichir	10,00	0,00	7,41	7,69	4,92	0,00
Ignorer l'incident	0,00	20,00	14,81	0,00	31,15	0,00
Lui répondre avec explication supplémentaire	30,00	80,00	18,52	23,08	6,56	20,00
Lui répondre sans explication supplémentaire	60,00	0,00	18,52	0,00	8,20	20,00
Relancer l'étudiant	0,00	0,00	40,74	69,23	49,18	60,00

Figure 7 – Gestion des incidents selon l'incident

Nous remarquons également dans le graphique précédent que la relance de l'étudiant, avec ou sans explication supplémentaire, est la méthode privilégiée par l'enseignant pour la gestion des erreurs, des réponses erronées, des réponses incomplètes, des silences et des désaccords. Nous en concluons que l'enseignant modifie sa gestion d'un incident selon le contexte rencontré et que sa gestion est la plupart du temps ouverte.

5.4 UTILISATION DU TABLEAU

L'enseignant utilise un tableau interactif et un tableau blanc dans le cadre de son enseignement. Seul l'enseignant utilise ces tableaux. Grâce à l'organisation des différentes salles de classe, les étudiants sont en mesure de voir les deux tableaux à la fois. Pour l'enseignant, chaque tableau a sa fonction précise qui est détaillée ci-dessous.

5.4.1 LE TABLEAU INTERACTIF

Au début de chaque cours où l'enseignant démarre une nouvelle section, un cahier à remplir, pour un total de quatre, est fourni aux étudiants. Le document projeté sur le tableau interactif est la fidèle image de ce cahier. L'utilisation du tableau se fait de manière chronologique. Chaque problème est contenu dans un page et commence en haut de l'écran et se termine en bas. L'utilisation du tableau interactif permet à l'enseignant de ne pas effacer la démarche du problème, même si la longueur de celle-ci dépasse l'espace du tableau. À plusieurs reprises, cela lui a permis de faire un récapitulatif du problème en illustrant la démarche réalisée en remontant la fenêtre à l'aide de son curseur.

Le tableau interactif ne comprend que la résolution du problème. Nous n'y retrouvons ni aparté, ni segment théorique ni de rappel. Il y détaille toutes les traces de calculs nécessaires à la réalisation du problème. L'utilisation du tableau est totalement planifiée par l'enseignant et le tableau a une fonction de lieu de savoir, c'est-à-dire qu'il est utilisé au même titre qu'un livre et l'écrit se fait en même temps que l'oral. L'étudiant utilise le tableau afin de recopier dans son propre cahier la démarche réalisée par l'enseignant.

5.4.2 LE TABLEAU BLANC

Le tableau blanc est utilisé parallèlement au tableau interactif. Il sert entre une à trois fois par séance de cours. L'enseignant utilise le tableau blanc pour effectuer un rappel des notions vues antérieurement, pour indiquer la solution du problème que les étudiants sont en train de travailler et, à une occasion, pour donner des compléments d'informations.

Le tableau blanc sert de lieu d'écriture, c'est-à-dire que son utilisation est liée à ce qui se passe au présent et que les étudiants n'ont pas nécessairement à recopier ce qui s'y trouve. Lors de l'utilisation de ce tableau, l'oral est généralement après l'écrit. Plus précisément, le tableau sert de support à des explications. Son utilisation est parfois prévue par l'enseignant et d'autre fois son utilisation est imprévue car découlant d'un incident survenu.

À un seul moment lors des sept séances de cours, une partie de la résolution d'un problème s'est faite en parallèle sur le tableau blanc plutôt que sur le tableau interactif afin que l'enseignant « puisse voir [ses] trois équations ». On était alors dans la résolution d'une intégrale par la méthode des fractions partielles et le problème demandait de résoudre trois équations de trois inconnus.

5.5 TRAITEMENT DES DIFFICULTÉS

Les différentes difficultés que pourraient rencontrer les étudiants dans la résolution des intégrales par les différentes méthodes ont été énumérées dans la section 2.2.3.1. Le graphique de figure 8 représente les différentes difficultés rencontrées par les étudiants dans la résolution de leurs problèmes selon le type d'intégrale qu'ils doivent résoudre. Nous remarquons que les étudiants sont fréquemment confrontés aux difficultés suivantes : « introduire un changement de point de vue sans indication donnée », « résoudre de nouveaux types de problèmes », « recourir à une pluralité des arguments nécessaires à une démonstration » et que nous rencontrons dans presque toutes les résolutions.

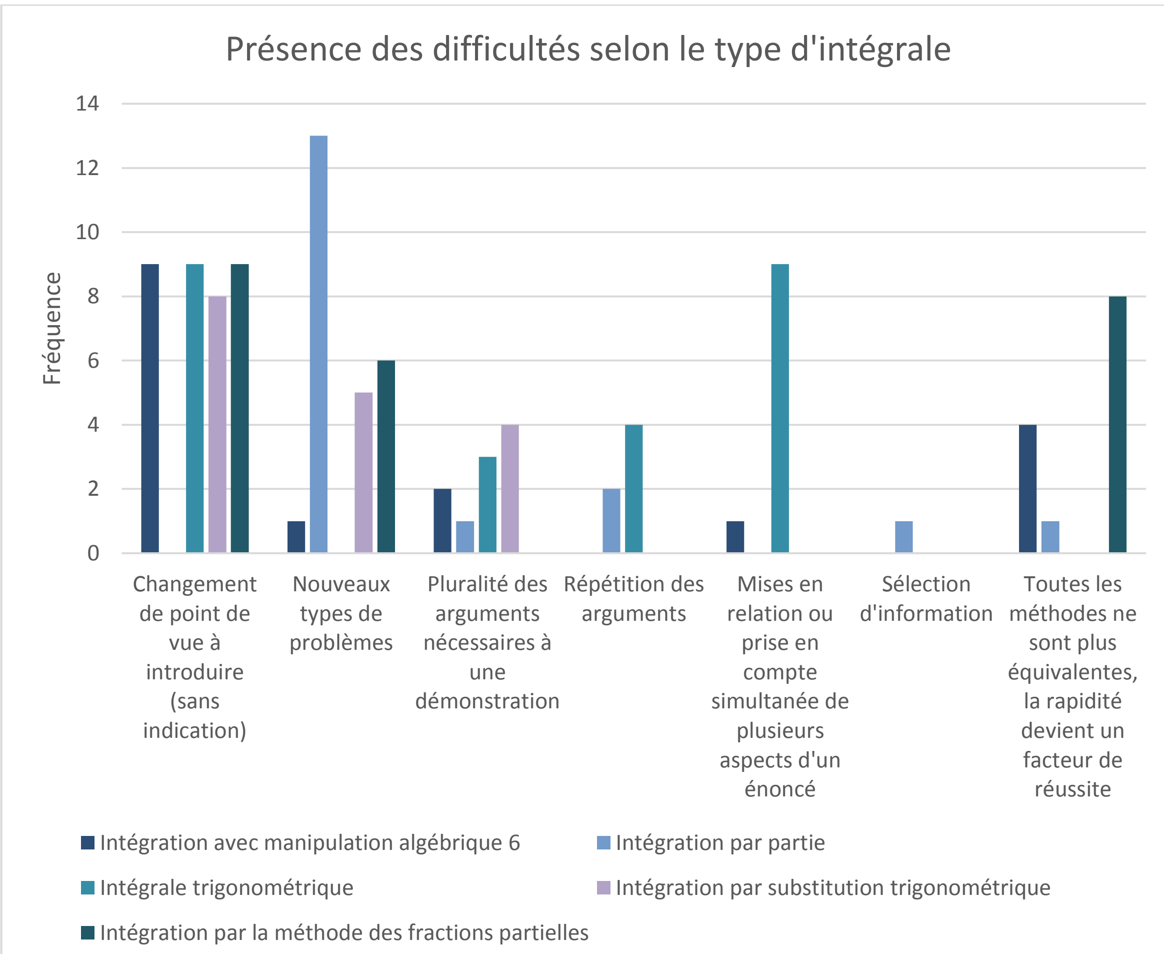


Figure 8 – Présence des difficultés selon le type d'intégrale

Durant notre observation, nous avons noté que l'enseignant utilisait souvent la même stratégie pour traiter une difficulté, peu importe la section dans laquelle elle se trouvait. Nous avons donc choisi dans cette section d'analyser le traitement des difficultés par leur type plutôt que selon la chronologie de l'enseignement en classe.

5.5.1 CHANGEMENT DE POINT DE VUE À INTRODUIRE (SANS INDICATION)

La première difficulté qu'un étudiant rencontre lorsqu'il doit résoudre une intégrale est le changement de point de vue à introduire sans indication. En effet, lorsque l'étudiant est confronté à la résolution d'une intégrale celui-ci doit, en théorie, aborder le problème sous un nouvel angle afin de la résoudre. C'est l'idée derrière toutes les techniques d'intégration observées : 1) l'intégration avec manipulation algébrique; 2) l'intégration par partie; 3) les intégrales trigonométriques; 4) l'intégration par substitution trigonométrique; 5) l'intégration par la méthode des fractions partielles. Le premier constat est que cette difficulté est contournée la plupart du temps, tout d'abord par l'enseignant qui fait ses exemples section par section, ainsi l'étudiant sait toujours la technique attendue par l'enseignant. Le même constat s'applique pour les exercices qui sont classés selon la technique à utiliser dans le volume des étudiants, soit dans leur problème à faire individuellement. Cependant, les étudiants sont évalués sur cette compétence, telle que mentionnée dans la section 4.8. En effet, nous retrouvons dans l'examen trois des intégrales demandées qui sont sans indication quant à la méthode à utiliser.

Bien que la méthode à utiliser soit toujours implicite dans les problèmes, l'enseignant en tient tout de même compte dans son enseignement. Pour pallier cette difficulté dans la première intégrale du cours sur l'intégration avec manipulations algébriques (où l'étudiant devait séparer la fraction) l'enseignant l'amène à l'aide de ses rappels sur le tableau blanc à trouver qu'il faut séparer les fractions puisque les autres méthodes connues sont inadéquates.

Dans les problèmes avec manipulations algébriques, l'enseignant spécifie généralement les raisons qui l'amènent à choisir sa méthode de résolution. Cependant, cette justification est beaucoup moins présente lors de l'enseignement des autres techniques d'intégration.

Toutefois, ce n'est pas le seul contexte dans lequel nous retrouvons cette difficulté. En plusieurs occasions, particulièrement dans les exemples d'intégration par manipulations algébriques, par substitution trigonométrique ou par la méthode des fractions partielles, nous retrouvons des changements de variable à faire en cours de résolution, ce qui revient à un changement de point de vue à introduire (sans indication). Nous recensons deux approches de l'enseignant : 1) amener les étudiants à l'aide de questions de l'enseignant à trouver ce changement d'eux-mêmes; 2) l'enseignant effectue son changement de variable pendant la résolution. Dans les deux cas, l'enseignant justifie son choix, parfois non.

Nous rencontrons d'autres changements de point de vue à introduire lorsque nous utilisons une propriété trigonométrique pour simplifier le problème, comme le triangle rectangle pour ramener la solution avec les variables de départ, la division de polynôme ou la séparation de fraction. La gestion de l'enseignant pour ces situations est sensiblement la même. Dans certaines situations, l'enseignant compare le cas à un problème déjà connu des étudiants en guise de justification.

5.5.2 NOUVEAUX TYPES DE PROBLÈMES

Dans un premier temps, les étudiants rencontrent un nouveau type de problème lors de l'enseignement de l'intégration par partie, particulièrement au moment où il faut poser judicieusement un u et un dv pour pouvoir compléter le problème. L'introduction de l'intégration par partie est amenée par l'enseignant comme étant une réponse à un nouveau problème précis. En effet, l'enseignant présente une intégrale à résoudre, en l'occurrence $\int xe^x dx$, et démontre que le problème ne peut pas se résoudre en effectuant un changement de variable. Afin de convaincre davantage les étudiants, il donne également la solution soit la primitive de $\int xe^x dx$ et la dérive au tableau pour démontrer qu'une solution existe bel et bien à notre intégrale.

La démonstration de la formule de l'intégration par partie présente dans les notes des étudiants et sur le tableau interactif est alors lue et expliquée par l'enseignant. Celui-ci utilise d'ailleurs de la couleur afin de mettre en évidence les moments clés de la démonstration. C'est la seule démonstration qui est présentée dans les périodes d'enseignement portant sur les techniques d'intégration.

Une fois la démonstration effectuée, l'enseignant continue son exemple d'introduction où il pose volontairement le mauvais choix pour le u et le dv sans l'indiquer à la classe. Il s'en suit une discussion sous forme de pyramide, c'est-à-dire qui « illustre une volonté d'élargissement du raisonnement » (Pariès, 2004, p. 264) avec les étudiants, l'enseignant les amenant à énoncer la règle de la nouvelle intégrale à résoudre et qui est plus complexe que la première puisque le degré de la partie polynomiale a augmenté. Après cet échange, l'enseignant effectue le bon changement de variable et résout le problème en spécifiant que cette fois-ci le niveau de difficulté du problème a diminué.

Pour les cinq autres intégrales à résoudre, l'enseignant varie son approche quant aux choix à faire pour sélectionner le u et le dv. Dans le premier et le quatrième exemple, l'enseignant demande aux étudiants verbalement quel choix faire et continue le problème. Ces deux situations présentaient la même logique que le problème d'introduction et les étudiants font le bon choix. Nous remarquons que pour la deuxième et la troisième intégrale et puisque les étudiants risquaient fort de faire le mauvais choix parce que la stratégie préalablement utilisée ne fonctionnait pas dans ces deux cas, l'enseignant a posé lui-même les bons choix de u et de dv en expliquant oralement que le choix contraire menait à une impasse. Pour la dernière intégrale, l'enseignant demande aux étudiants leur choix et spécifie par la suite que celui-ci n'a pas d'importance, car les deux aboutissent au même résultat. Il continue tout de même la résolution avec le choix énoncé par les étudiants.

Dans un deuxième temps, nous rencontrons un nouveau type de problèmes lors de la résolution d'une intégration par substitution trigonométrique, particulièrement au moment où il faut choisir le bon triangle de départ. Tout comme pour l'enseignement de l'intégration par partie, l'enseignant commence la notion par un volet plus théorique. Ainsi, un bloc de presque dix minutes a été alloué au début du cours pour décortiquer et visualiser les différents triangles rectangles possibles pour un total de six différents. L'enseignant mentionne que même si les six triangles sont tous explicités seulement trois seront utilisés les autres étant redondants.

Pour démontrer que cette notion est la continuation d'une notion déjà apprise par le passé, l'enseignant fait un lien entre cette notion et celle déjà maîtrisée par les étudiants : le triangle de Pythagore (rapport trigonométrique et formule de Pythagore). Mentionnons que durant cette introduction, les étudiants ne savent pas comment utiliser ces triangles dans la résolution d'intégrale ni même le type d'intégrale que cela permet de résoudre.

Lors de la résolution de la première intégrale, l'enseignant dirige son enseignement en effectuant l'essentiel du travail, en ponctuant celui-ci de questions portant sur des tâches simples ou des tâches simples et isolées. Ainsi, le premier changement de variable, la substitution trigonométrique, est amené par l'enseignant. Pour la deuxième intégrale, l'enseignant questionne la classe pour connaître le choix du bon triangle à utiliser. Bien que celui-ci accepte une bonne solution de la part d'un étudiant, l'enseignant explique qu'il préfère utiliser le triangle utilisant une tangente plutôt que celui avec une cotangente. Les étudiants ont du temps pour résoudre la troisième intégrale et l'enseignant écrit au tableau le bon triangle moins de deux minutes après le début de la résolution. Pour le dernier problème résolu dans les détails au tableau et bien qu'un étudiant ait donné la solution du bon triangle, l'enseignant met verbalement l'accent sur la difficulté supplémentaire et sur les différences que nous retrouvons par rapport aux autres problèmes.

Toujours dans la résolution du dernier problème, nous rencontrons une seconde fois la difficulté d'un nouveau type de problème, c'est-à-dire que les étudiants doivent remettre la solution en fonction de x alors que nous retrouvons des fonctions trigonométriques ayant un angle de deux thêtas. L'enseignant donne la solution directement aux étudiants, à savoir qu'il faut utiliser une identité qu'il leur laisse trouver et effectue le changement en deux temps et utilise deux couleurs pour la mettre en évidence tel qu'illustré dans l'image ci-dessous.

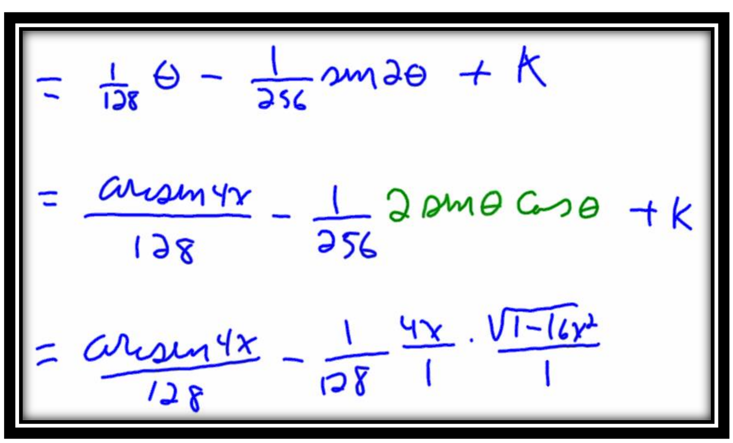


Figure 9 – Premier exemple d'utilisation de couleur faite par l'enseignant

Finalement, la troisième occasion dans laquelle on rencontre un nouveau type de problème est dans l'utilisation des fractions partielles pour résoudre une intégrale. Encore une fois, la démarche de l'enseignant est semblable à celle décrite précédemment, c'est-à-dire qu'il isole l'élément nouveau pour le travailler en dehors de la résolution d'une intégrale. Pour démontrer le cheminement nécessaire à la décomposition en une somme de fractions partielles, l'enseignant débute avec le chemin que les étudiants ont l'habitude d'effectuer en classe, soit l'addition de deux fractions ayant des dénominateurs différents. Il part ainsi de quelques choses que les étudiants connaissent et ont fait plusieurs fois. Il fait ensuite le lien entre la décomposition en une somme de fractions partielles et le chemin inverse de l'addition de deux fractions. L'enseignant effectue entièrement la décomposition en fractions partielles : trouve les équations, les résout puis donne la solution. C'est seulement lors de son retour sur le problème qu'il utilise une autre couleur pour expliciter sa démarche tel qu'illustré dans les figures 10 et 11 ci-dessous. L'enseignant fait cette démarche, même si aucun incident ne s'est produit.

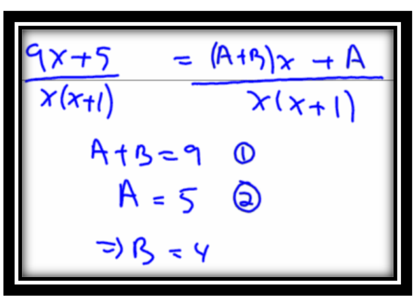


Figure 10 – Avant l'utilisation de couleur faite par l'enseignant

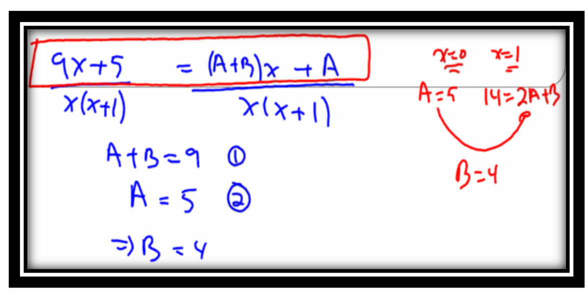


Figure 11 – Après l'utilisation de couleur faite par l'enseignant

Quand les étudiants rencontrent pour la première fois un facteur linéaire qui est répété deux fois au dénominateur, l'enseignant souligne la situation et déclare : « On n'a pas le choix de l'apprendre au départ, il faut le savoir, à force d'en faire on finit par comprendre le principe un peu plus ». L'enseignant utilise le tableau blanc pour donner plusieurs exemples supplémentaires de facteurs linéaires répétés plusieurs fois. Même stratégie lorsque le dénominateur est un facteur de degré deux. Il est intéressant de noter ici que l'accent mis par l'enseignant sur l'exemple du tableau blanc ne porte pas sur les polynômes irréductibles de degré 2, mais sur la longueur que peut avoir la résolution d'un problème de ce genre. En effet, le problème à résoudre était de cette forme

$$I = \int \frac{-2x+4}{(x^2+1)(x-1)^2}\,dx = \int \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}\,dx$$

Et le problème supplémentaire détaillé par l'enseignant était celui-ci où l'on remarque que l'ajout ne porte pas sur un polynôme de degré 2 irréductible.

$$\int \frac{}{(x^2+1)^2(x-2)(x+3)^2}\,dx = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)^2} + \frac{E}{x-2} + \frac{F}{x+3} + \frac{G}{(x+3)^2}\,dx$$

5.5.3 PLURALITÉ DES ARGUMENTS NÉCESSAIRES À UNE DÉMONSTRATION

Nous rencontrons la pluralité des arguments nécessaires à une démonstration à deux occasions : lors de la résolution de deux intégrales en parallèle avec plusieurs méthodes différentes ou lorsque plusieurs techniques d'intégration successives sont nécessaires pour résoudre un seul problème.

Dans la première situation, l'enseignant reste très constant sur l'enseignement de cette difficulté : deux couleurs (voir plus) sont utilisées systématiquement pour bien représenter chaque partie d'intégrale intégrée avec une technique différente. La figure 12 suivante représente bien cette stratégie.

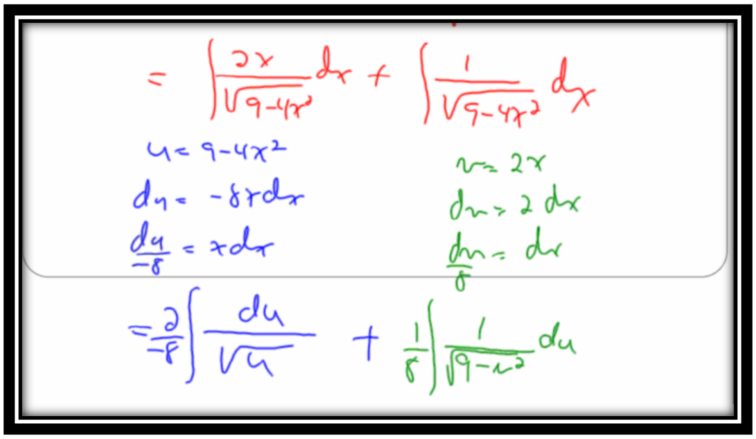


Figure 12 – Troisième exemple d'utilisation de couleur faite par l'enseignant

Lorsque plusieurs techniques d'intégration successives sont utilisées, l'enseignant ramène la nouvelle situation à un problème déjà connu des étudiants. L'exemple de la figure 13 démontre que l'enseignant ponctue ce nouveau départ par l'utilisation d'une nouvelle couleur au tableau.

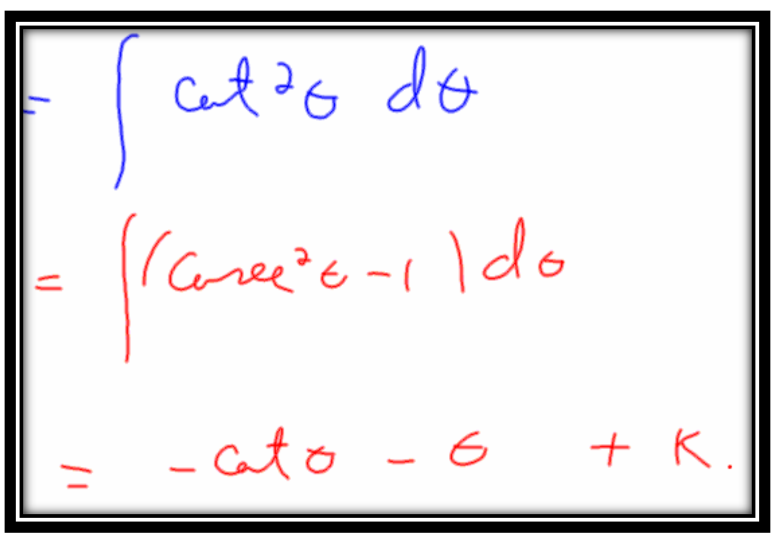


Figure 13 – Quatrième exemple d'utilisation de la couleur faite par l'enseignant

5.5.4 RÉPÉTITION DES ARGUMENTS

Lors de la résolution d'intégrale par partie ou d'une intégrale trigonométrique, il est parfois nécessaire de réaliser plusieurs fois la même étape pour arriver au résultat : un changement de variable sur un changement de variable ou une intégration par partie sur une intégration par partie. Nous rencontrons la répétition d'arguments à deux reprises lors de l'enseignement de l'intégration par partie. La stratégie de l'enseignant est restée la même : d'abord amener les étudiants à visualiser que l'intégrale obtenue, après un premier changement de variable, est plus simple ou de niveau équivalent à celle qu'ils avaient au départ, puis à utiliser une deuxième couleur pour poser le u et le dv. Le changement de couleur en bleu, dans la figure 14, permet de mettre en évidence le deuxième changement de variable complet.

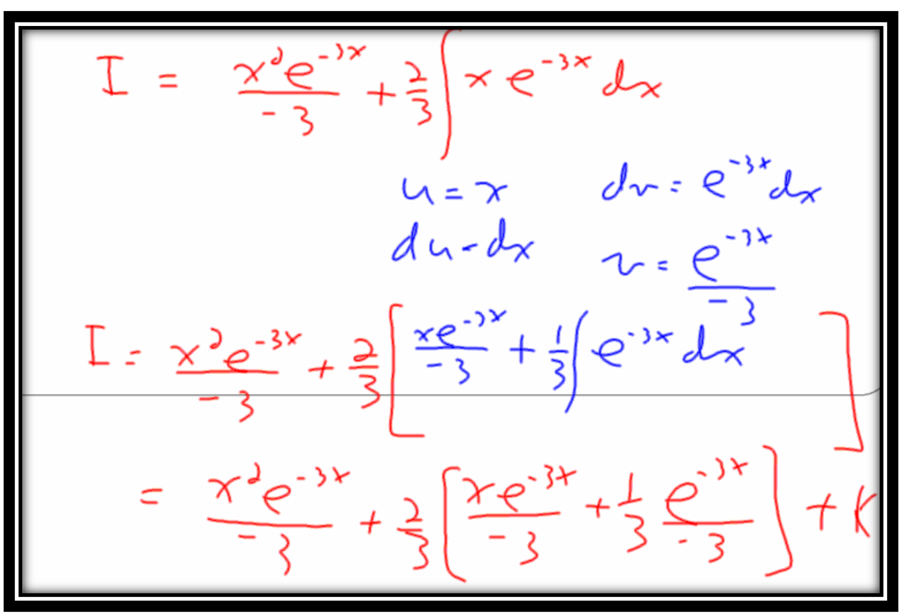


Figure 14 – Cinquième exemple d'utilisation de la couleur faite par l'enseignant

Lors de l'enseignement des intégrations par manipulations trigonométriques, l'enseignant explique oralement que dès que l'exposant est diminué cela simplifie le problème et nous pouvons ainsi recommencer le processus avec un second changement de variable.

5.5.5 MISES EN RELATION OU PRISE EN COMPTE SIMULTANÉE DE PLUSIEURS ASPECTS D'UN ÉNONCÉ

La prise en compte simultanée de plusieurs aspects d'un énoncé est une difficulté que nous rencontrons presque exclusivement dans les résolutions d'intégrales de fonctions trigonométriques. En effet, pour l'intégration des fonctions trigonométriques, il est nécessaire de prendre en compte simultanément plusieurs aspects d'un énoncé, c'est-à-dire plus précisément connaître les différentes identités trigonométriques qui peuvent être utiles et la dérivée intérieure afin d'effectuer un changement de variable. Dans le document remis aux étudiants, nous retrouvons 16 identités trigonométriques (qui ont la même numérotation que sur leur carton jaune). L'enseignant mentionne très rapidement leur présence sans explication supplémentaire. Aucune lecture des seize identités n'est faite en classe et leur présence n'est pas affichée au tableau. L'enseignant les présentera plutôt au cas par cas selon les besoins du problème.

Lors du deuxième cours portant sur cette notion, l'enseignant met un accent particulier sur cette difficulté. Un discours ayant la forme d'une poupée russe s'en suit avec les étudiants pour discuter du choix à faire pour déterminer la dérivée intérieure. Plus tard, une discussion sous forme de pyramide est engagée avec les étudiants afin de discuter du meilleur choix à faire pour commencer le problème, c'est-à-dire qu'est-ce qu'on doit mettre en évidence et qu'est-ce qui va nous servir de dérivée intérieure.

Une autre stratégie utilisée par l'enseignant est de proposer le mauvais choix et d'expliquer par la suite pourquoi ce choix n'est pas concluant et pour quelle raison il faut utiliser l'autre choix.

5.5.6 SÉLECTION D'INFORMATIONS

La sélection d'informations se produit à une seule reprise dans l'enseignement des techniques d'intégration et c'est lors de l'intégration par partie. Un seul exemple a été fait en classe par l'enseignant et le recours à une deuxième couleur a permis de mettre en évidence cette difficulté. Comme illustré dans à la figure 15 ci-dessous, l'enseignant utilise une deuxième couleur pour nommer l'intégrale à droite désignée par la lettre « I », mais continue ensuite sa résolution avec sa couleur de départ.

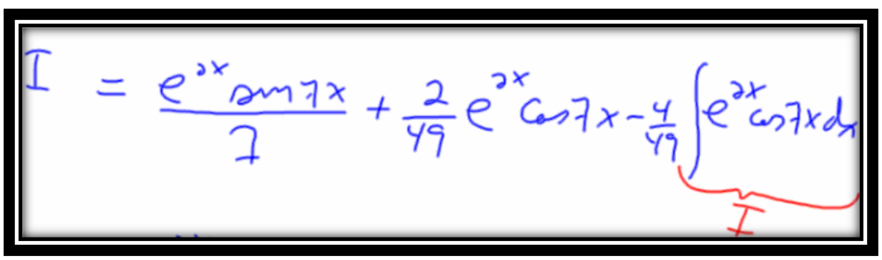


Figure 15 – Sixième exemple d'utilisation de la couleur faite par l'enseignant

Bien que la résolution qui suit demeure en bleu, l'enseignant choisit de reprendre la couleur rouge pour annuler le facteur multiplicatif devant le « I » de gauche qui amène à la solution.

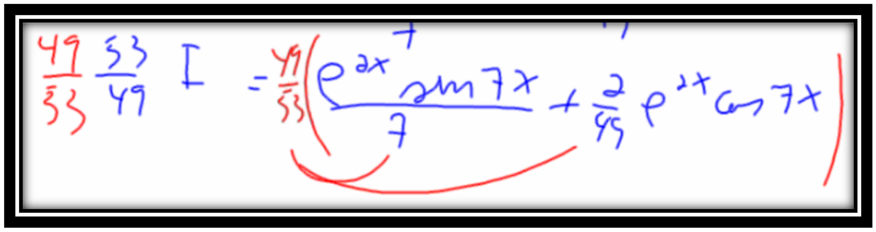


Figure 16 – Suite du sixième exemple d'utilisation de la couleur faite par l'enseignant

5.5.7 TOUTES LES MÉTHODES NE SONT PLUS ÉQUIVALENTES, LA RAPIDITÉ DEVIENT UN FACTEUR DE RÉUSSITE

Tout d'abord, lors de l'enseignement de la première technique d'intégration, l'intégration par manipulations algébriques, les étudiants n'avaient pas encore les outils nécessaires pour réaliser qu'il existe plusieurs façons de résoudre l'intégrale qu'ils sont en train de résoudre, c'est-à-dire soit par substitution trigonométrique ou par la méthode des fractions partielles. Aucun retour n'a été fait par l'enseignant lors des cours suivants pour le mentionner. Cependant, la première question de l'examen porte sur cette difficulté où les étudiants pouvaient le résoudre de la façon qu'il le souhaitait (bien que le temps de résolution soit différent).

Lors de l'enseignement de l'intégration par partie, l'enseignant montre une méthode alternative dans le cas où plusieurs intégrations par partie sont nécessaires pour résoudre une intégrale, soit l'intégration tabulaire. Pour démontrer l'intérêt de l'intégration tabulaire par rapport à une succession d'intégration par partie, l'enseignant fait d'abord le problème par la méthode traditionnelle et ensuite par la seconde méthode.

Finalement, cette difficulté apparaît lors de la décomposition en somme de fractions partielles, particulièrement au moment où il faut déterminer les équations à résoudre. L'enseignant explique les deux méthodes possibles en précisant oralement qu'une méthode est généralement plus rapide que la seconde. Il utilise cette méthode pour les trois premiers exemples. Cependant, dans le quatrième problème et sans expliquer pourquoi, l'enseignant précise que l'autre méthode est assez rapide d'exécution et qu'il l'a lui-même privilégié. Il choisit cependant de prendre la même méthode que pour les exemples précédents pour « voir ce que ça donne ». À la fin du problème, il suggère aux étudiants d'essayer l'autre méthode de résolution, mais leur affirme qu'il ignore laquelle est la plus rapide.

Les problèmes portant sur la méthode des fractions partielles étant plus longs à résoudre que les méthodes précédentes, nous remarquons l'accent supplémentaire mis par l'enseignant sur le facteur rapidité. Par exemple, il va demander à la classe quelle valeur ils peuvent utiliser pour trouver une équation et bien que toutes les réponses possibles soient bonnes, il va attendre que la classe lui donne celle qui va amener un temps de résolution plus court. De même, l'enseignant encourage les étudiants à résoudre certaines intégrales mentalement plutôt que d'effectuer systématiquement des changements de variables.

5.5.8 STRATÉGIES UTILISÉES SELON LA DIFFICULTÉ

Le tableau suivant résume les principales stratégies utilisées par l'enseignant pour chacune des difficultés énumérées au chapitre 4.

Tableau 15 – Stratégies utilisées selon la difficulté

<table>
<tr><th>Difficultés</th><th colspan="2">Stratégies utilisées par l’enseignant</th></tr>
<tr><td>Changement de point de vue à introduire (sans indication)</td><td>Choix de la technique d’intégration
Difficulté souvent contournée par l’enseignant
Évalué en examen
Rappel au tableau blanc
Explication orale sur les choix de la technique pour les problèmes avec manipulations algébriques</td><td>Autre moment où cette difficulté est présente
Amène l’étudiant, à l’aide de questions de l’enseignant, à trouver ce changement par eux-mêmes
L’enseignant effectue son changement de points de vue pendant la résolution
Dans les deux cas, parfois l’enseignant justifie son choix parfois non</td></tr>
<tr><td>Nouveaux types de problèmes</td><td colspan="2">Amené comme étant la réponse à un nouveau problème précis ou la continuité d’une notion déjà apprise
Introduction théorique avant d’effectuer des exemples de résolution
Utilisation de la couleur pour mettre l’emphase sur les moments clés
Discussion sous forme pyramidale avec les étudiants
Banque d’exercices supplémentaires</td></tr>
<tr><td>Pluralité des arguments nécessaires à une démonstration</td><td colspan="2" rowspan="2">Utilisation systématique de la couleur par l’enseignant
Ramener la nouvelle situation par un problème connu des étudiants</td></tr>
<tr><td>Répétition des arguments</td></tr>
<tr><td>Mises en relation ou prise en compte simultanée de plusieurs aspects d’un énoncé</td><td colspan="2">Les propriétés trigonométriques sont présentées seulement lorsqu’elles sont utilisées plutôt qu’une présentation à la classe
Discussion avec la classe sous la forme de poupée russe et de pyramide
Utilisation d’un mauvais choix de départ</td></tr>
<tr><td>Sélection d’information</td><td colspan="2">Présente à une seule occasion
Utilisation de la couleur par l’enseignant</td></tr>
<tr><td>Toutes les méthodes ne sont plus équivalentes, la rapidité devient un facteur de réussite</td><td colspan="2">Aucun retour n’est fait par l’enseignant pour expliquer pourquoi une technique d’intégration est préférable à une autre lorsque plusieurs options sont présentes
Fait les deux méthodes en classe pour démontrer la rapidité d’une méthode par rapport à l’autre
Explique aux étudiants les deux méthodes, en présente une et suggère aux étudiants d’essayer l’autre pour qu’ils évaluent la méthode la plus rapide
Attends que les étudiants donnent la réponse même si la réponse donnée par un étudiant fonctionne</td></tr>
</table>

5.6 PISTE ERGONOMIQUE

Selon Roditi (2003), il existerait trois principes qui décriraient la nécessité professionnelle de l'enseignant. Dans cette section, nous entamerons une réflexion sur les différentes décisions de l'enseignant qui n'ont pas pour objectif l'apprentissage des étudiants selon les principes de Roditi (2003).

5.6.1 PRINCIPES DE DÉLIMITATION DU CHAMP MATHÉMATIQUE

Plusieurs exemples de décisions prises par l'enseignant nous semblent être dans le but d'éliminer certaines difficultés aux étudiants. Pour commencer, mentionnons qu'une grande majorité des problèmes sont du niveau dit des connaissances mobilisables alors qu'il y a possibilité de problèmes du niveau dit des connaissances disponibles en omettant d'identifier voire de nommer toutes les techniques d'intégration à utiliser. Une série d'exercices du volume correspond à ce niveau, mais ces exercices n'ont pas été choisis par l'enseignant. Dans le même ordre d'idée, l'enseignant a choisi d'identifier la technique d'intégration à utiliser sur plus de la moitié des intégrales à résoudre dans l'examen, soit quatre intégrales sur les sept demandées. Ainsi, la principale difficulté qui était le changement de point de vue à introduire sans indication a été écartée par l'enseignant.

Un autre exemple est l'absence d'intégrale définie dans tous les problèmes sélectionnés par l'enseignant. En effet, bien que les étudiants aient appris à résoudre des intégrales définies au début de leur cours et bien que le volume contienne des exemples et des exercices portant cette difficulté supplémentaire, l'enseignant les a complètement éliminés du contenu enseigné. Mentionnons que les cas d'intégration par partie et de substitution trigonométrique représentent des cas d'intégration définie particulièrement intéressants au niveau des bornes.

Aussi, la feuille de formules fournie aux étudiants est plus garnie que nécessaire. Quelques-unes des formules offertes aux étudiants auraient pu être trouvées par ceux-ci, en particulier les formules 19 à 22 en utilisant la substitution trigonométrique. De plus, les formules 16 à 18 évitent aux étudiants des manipulations algébriques qui sont pourtant à leur portée.

Dans les intégrales utilisant la substitution trigonométrique, aucun exemple et aucun exercice ne demandaient de complétion de carré alors que cette méthode est bien utile dans cette situation et qu'une série d'exercices y est prévue dans le volume. Tout porte à croire que l'enseignant ne souhaitait pas mélanger les étudiants avec la première méthode vue utilisant, elle aussi, la complétion de carré.

Finalement, soulignons qu'aucun problème ne comportait de mise en situation. Les questions étaient toutes fermées sans aucun habillage, et ce, même si les étudiants avaient au préalablement vu des problèmes écrits utilisant la résolution d'intégrale et que ces problèmes sont présents dans le volume.

5.6.2 PRINCIPES POUR ÉLABORER UNE STRATÉGIE D'ENSEIGNEMENT

Les principes pour élaborer une stratégie d'enseignement ont pour but principal de créer un climat de classe agréable et propice à l'apprentissage. Toujours selon Roditi (2003), deux principes aident à la gestion de classe, soit la nécessité du succès d'étape et le respect de l'attente des étudiants.

Tout d’abord, l’enseignant démontre de plusieurs manières sa volonté du succès d’étape. Premièrement, nous remarquons la présence constante de plusieurs questions simples et isolées posées à la classe, et ce, même si la classe est jugée forte par l’enseignant. Ces questions peuvent aller jusqu’à « que vaut -2 fois -3 » ou « que vaut 6 moins 2 ». Une autre preuve de la nécessite de segmenter l’enseignement et de mettre les étudiants rapidement en contexte d’application est le recourt fréquent à la question « ça va? ».

Un autre exemple que nous avons noté survient lors de l’enseignement des techniques d’intégration. Nous avons remarqué que l’enseignant demande à la classe de choisir le u et le dv lorsque le choix des étudiants est prévisible puis donne le bon résultat. En effet, pour la troisième et quatrième intégrale, l’enseignant donne lui-même le choix du u et du dv alors qu’il avait laissé les étudiants le donner pour les deux premiers problèmes. La différence est que la stratégie utilisée par les étudiants pour le choix du u et du dv qui était bon pour les deux premiers exemples n’était plus valide pour le troisième et quatrième exemple. Plutôt que de laisser les étudiants se tromper puis réaliser qu’ils arrivaient dans une impasse, l’enseignant a simplement décidé de donner directement la bonne solution en expliquant verbalement son choix.

De même, il y a des exemples où l’enseignant démontre un respect de l’attente des étudiants. Le premier exemple est que dès que les étudiants travaillent sur un problème en classe, l’enseignant commence le problème en parallèle au tableau après un certain temps. Nous avons également remarqué que lors de l’enseignement des intégrales utilisant la méthode des fractions partielles, l’enseignant demande davantage aux étudiants de résoudre les intégrales « plus simples » mentalement plutôt que par un changement de variable. Notre hypothèse est que puisque les problèmes sont plus longs à résoudre, celui-ci souhaite raccourcir le problème et sa résolution. En effet, la figure ci-dessous illustre que lors du deuxième cours, l'enseignant utilise des flèches pour effectuer la distribution des multiplications, une notion acquise au niveau secondaire, et nous remarquons qu'aucune étape n'est omise. Il est alors surprenant qu'au sixième cours portant sur les techniques d'intégrale (environ une semaine plus tard), l'enseignant souhaite « sauter des étapes » sous prétexte que l'intégrale est facile à résoudre.

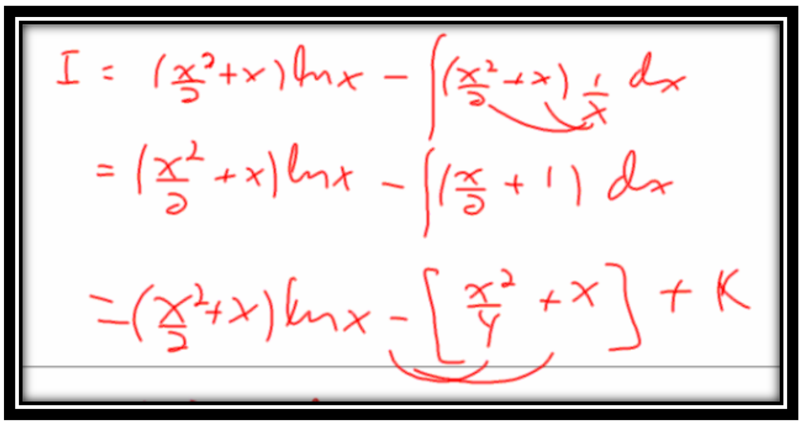


Figure 17 – Exemple de distribution de deux multiplications

Lors du premier cours, les étudiants ont commencé à s'agiter et à dire à voix haute leur désir de quitter la salle de classe. De plus, on remarque également que le nombre d'incidents diminue à mesure que le cours avance, alors que les problèmes eux se complexifient. Sachant que le dernier problème a été fait plus rapidement et que le nombre de questions posées par l'enseignant pour faire réagir les étudiants diminue dans les derniers problèmes, nous nous sommes questionnés à savoir si l'enseignant souhaitait satisfaire les étudiants? La figure 18 suivante représente le nombre de questions posées par l'enseignant en fonction du déroulement de la séance.

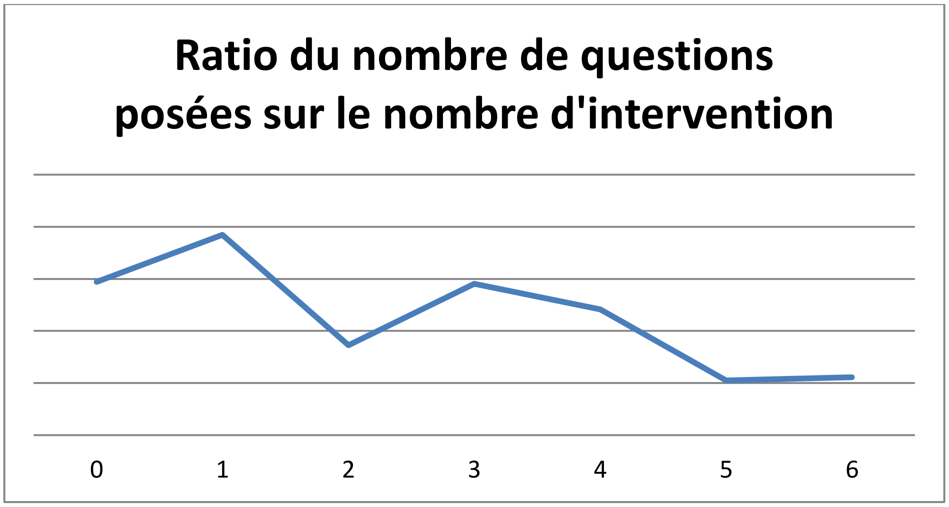


Figure 18 – Ratio du nombre de questions posées sur le nombre d'intervention

À plusieurs occasions durant notre observation, nous avons remarqué que les étudiants étaient en mesure de faire le problème résolu par l'enseignant puisqu'il ne comportait pas de difficultés supplémentaires par rapport à celui qui avait été fait auparavant. Encore une fois, nous nous questionnons à savoir si ce n'est pas dans l'objectif de plaire à ses étudiants et de terminer la classe plus tôt.

5.6.3 Principe de conformité au programme officiel

Tel que mentionné dans la section 5.2, l'enseignant n'utilise pas tout le temps disponible particulièrement celui réservé aux exercices en classe. Cette décision est surprenante considérant qu'elle ne respecte pas le principe de conformité au programme officiel en ne respectant pas le nombre d'heures de présence obligatoire en cours et compte tenu des différentes notions éliminées du cours par l'enseignant. L'enseignant justifie cette décision par le fait que les étudiants travaillent plus à la maison et qu'il est disponible à son bureau pour répondre aux questions des étudiants au besoin.

CONCLUSION

Dans le cadre de cette recherche, nous nous sommes intéressés à l'apprentissage ainsi qu'à l'enseignement des techniques d'intégration du cours de calcul intégral (NYB) donné dans un Cégep. Nous avons cherché d'abord à déterminer les difficultés qu'il était possible d'anticiper chez les étudiants avec ces techniques d'intégration, et ce, avant tout enseignement. Ensuite, nous avons cherché à savoir comment les enseignants tenaient compte de ces difficultés dans leur planification et enseignement. La question de recherche principale à laquelle nous avons essayé de répondre est la suivante : quel rôle les pratiques effectives d'enseignement jouent-elles dans les difficultés anticipées, voire constatées chez les étudiants, avec les techniques d'intégration enseignées dans le cours de calcul intégral?

Afin de déterminer les difficultés possibles des étudiants dans la résolution d'intégrales, nous nous sommes servis des outils d'analyse proposés par Robert (1998) pour évaluer la complexité des notions mathématiques en jeu et mettre en évidence des aspects potentiellement problématiques pour les étudiants. Nos résultats de recherche (voir les chapitres 4 et 5) révèlent six difficultés que les étudiants peuvent rencontrer avec les mathématiques dites expertes du collégial. Le tableau 10présente les difficultés répertoriées pour chacune des techniques d'intégration Un résultat important issu de notre analyse est que la stratégie d'enseignement dépendait davantage du type de difficultés rencontrées que de la méthode ou technique d'intégrale enseignée.

Le tableau 15 présente un résumé des stratégies utilisées par l'enseignant selon le type de difficultés. Étonnamment donc, la pratique en classe de l'enseignant ne semble pas avoir été influencée par les techniques d'intégration à enseigner comme nous l'avions anticipé après l'analyse a priori. À titre d'illustration, l'enseignant utilise systématiquement deux, voire trois couleurs différentes lorsque l'exemple de difficulté présentée est d'adopter « une pluralité des arguments nécessaires à une démonstration », et ce, peu importe la technique d'intégration enseignée. Cependant, nous n'observons pas systématiquement l'utilisation de couleurs pour tous les problèmes relevant d'une même technique d'intégration. Il nous est vite apparu lors de l'analyse des données qu'il y avait beaucoup moins de variation dans la stratégie d'enseignement pour une difficulté donnée que pour plusieurs problèmes d'une même technique d'intégration.

Pour revenir à notre résultat principal, comme nous pouvons le constater dans les deux tableaux ci-dessus, la difficulté la plus souvent rencontrée, c'est-à-dire le changement de point de vue à introduire sans indication, n'est pas particulièrement prise en compte par l'enseignant. Nous pourrions même ajouter qu'elle est parfois écartée par ce dernier. Elle l'est particulièrement lorsqu'il s'agit du choix de la technique d'intégration où l'on remarque qu'autant dans la présentation que dans le travail personnel demandé aux étudiants, des indices sur la technique d'intégration à utiliser sont mis de l'avant de manière implicite ou explicite. Une façon pour les étudiants de travailler sur cette difficulté pourrait être, selon nous, l'ajout d'une banque d'exercices variant les cinq techniques de résolution d'intégrale.

L'étude des routines au tableau nous a permis de constater que l'enseignant varie la couleur du texte lors de la résolution de certains problèmes tel que mentionné dans le tableau 15. En effet, ces changements de couleur permettent une visualisation de l'itinéraire cognitif de l'enseignant dans la résolution de son intégrale lorsque plusieurs facteurs sont à prendre en considération ou qu'une astuce de calcul nouvelle est amenée. Selon Robert et Vandebrouck (2002), les routines au tableau découlent d'un choix didactique et pédagogique de l'enseignant. Ce choix pédagogique est très présent et utilisé uniquement pour les difficultés avec des mathématiques expertes. Ces stratégies utilisées par l'enseignant sont très intéressantes à reproduire afin de mettre l'accent sur certaines difficultés. De plus, les deux tableaux utilisés par l'enseignant, le tableau interactif qui fait office de lieux de savoir et le tableau blanc qui sert de lieu d'écriture, aident à suivre la chronologie du cours ainsi qu'à présenter dans les détails chaque étape de la résolution ce qui contribuerait à minimiser les chances de décalages avec les étudiants. Une autre stratégie utile à reproduire pour un enseignant.

Par rapport à la pratique effective d'enseignement, nous avons constaté que les étudiants étaient plutôt passifs, c'est-à-dire que l'enseignant est en contrôle d'une grande partie de son enseignement. Même lorsque ceux-ci sont en période de travail, l'enseignant ajoute des commentaires, des pistes de réflexion ou des solutions partielles aux problèmes faits par les étudiants. À cet égard, notre analyse du discours de l'enseignant basée sur Pariès (2004), met en évidence un enseignement qui est dirigé principalement par l'enseignant. Ce dernier prend en charge un peu plus de 60 % de son enseignement et presque toutes ses interventions ayant pour but de mettre les étudiants en activité sont de type directif, c'est-à-dire sous forme de questionnement. Les questions posées aux étudiants sont la plupart du temps simples et isolées. Pour un enseignement optimal, nous croyons qu'il serait intéressant de bonifier l'activité en salle de classe par l'ajout de périodes d'exercices supervisées et de questions plus complexes posées par l'enseignant. Dans le même ordre d'idées, nous croyons qu'encourager les discussions sous forme de « pyramide » ou de « duo » entre les étudiants, particulièrement lorsqu'un changement de point de vue est à introduire, permettrait une meilleure illustration du cheminement cognitif nécessaire pour arriver à cette démarche.

Pour ce qui est de la gestion des incidents, notre analyse est basée sur l'étude de Roditi (2003). Cette gestion étant un élément clé d'une pratique effective qui dans le cas de notre enseignant reflète une classe vue comme « lieu de construction du savoir » et caractérisée par une gestion des incidents principalement au moyen de la relance des étudiants. Toutefois, à plusieurs occasions lors de notre observation et de notre analyse, nous nous sommes questionnés sur les profils à la fois des étudiants qui répondent aux questions de l'enseignant et sur ceux qui posent des questions. Après quelques cours, il nous a semblé que l'enseignant questionnait beaucoup les mêmes étudiants et que les discussions et échanges étaient également avec ces mêmes étudiants. Dans le même ordre d'idées, plusieurs questions ou mauvaises réponses provenant de la classe ont été ignorées par l'enseignant volontairement ou non. Même si ces interventions ont pu être captées par nos caméras, nous ne pouvons certifier qu'elles l'ont été également par l'enseignant. Nous croyons que ceci est en lien avec ce que Tambone (2010) désigne par « la valeur sociale » de l'étudiant.

Cette valeur sociale de l'étudiant renvoie au fait que l'étudiant retarde le cours ou non. Il en découle le capital d'adéquation vu comme le niveau d'attente d'un enseignant vis-à-vis d'un étudiant (Tambone, 2010). Une des conséquences intéressantes à observer par rapport à ce phénomène est la raison qui amène l'enseignant à poser ses questions à certains étudiants et pas à n'importe quel étudiant de façon aléatoire. Dans une recherche ultérieure, il serait intéressant de voir comment vivent les étudiants en difficulté, c'est-à-dire ces étudiants qui ont une valeur sociale basse, d'un point de vue de leur apprentissage, mais aussi du point de vue de l'enseignant. Nous croyons qu'il serait également intéressant de regarder cet aspect en rapport avec les incidents qui peuvent survenir en classe ainsi que leur gestion.

C’est ici le lieu d’indiquer que notre étude de cas est particulièrement représentative puisque nous avons eu l’opportunité de documenter la pratique d’un enseignant d’expérience ayant même suivi des cours de pédagogie dans le cadre d’un certificat en enseignement secondaire. Notre enseignant est donc un cas intéressant dont certains « décalages » ou « limites » constatés dans la pratique effective ne peuvent être imputés à un manque d’expérience ou de formation didactique/pédagogique comme c’est le cas pour beaucoup d’enseignants au cégep qui sont surtout des spécialistes d’une discipline. De plus, toujours pour souligner la représentativité du cas simple que nous avons étudié dans le cadre de ce mémoire, la classe est qualifiée de l’avis même de notre enseignant comme étant un groupe fort où seulement trois étudiants sur 19 sont en situation d’échec. Cette appréciation de notre enseignant s’appuie sur le résultat de ses étudiants aux derniers examens par rapport aux autres groupes classes. La distribution des notes lors de la 13e semaine de cours est représentée à la figure 19 selon le groupe observé et deux autres groupes qui suivent le cours au même moment. Mentionnons que peu importe l’enseignant, les devoirs, les examens, les exercices suggérés et les exercices présentés sont les mêmes dans tous les groupes classes.

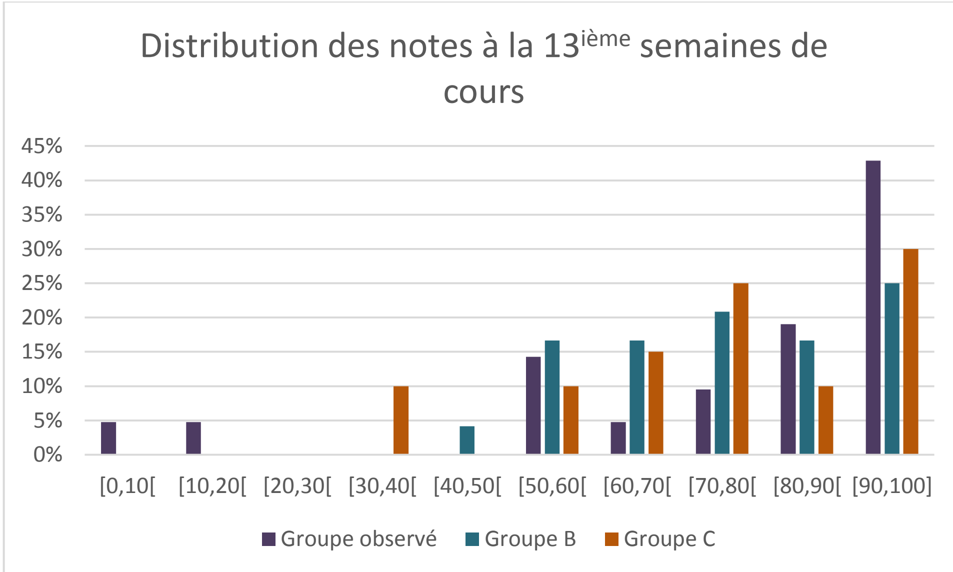


Figure 19 – Distribution des notes

Le fait donc de considérer un groupe fort permet de conclure que les difficultés rencontrées par ces étudiants le seront très probablement dans un groupe qualifié de moyen ou faible ou dans un groupe d’un autre programme d’études au cégep. Toutefois, même si notre enseignant perçoit son groupe comme fort, cette perception ne nous semble pas vraiment avoir eu de répercussions sur le scénario d’enseignement choisi par celui-ci.

Pour résumer, nous croyons qu’il est possible d’anticiper les difficultés des étudiants avant tout enseignement. À cet égard, quelques éléments révélateurs sont : l’ajout par notre enseignant d’exercices supplémentaires pour les problèmes comportant plusieurs difficultés, l’ajout de couleurs au tableau pour mettre l’accent sur certaines difficultés et les discussions tenues avec les étudiants particulièrement les discussions sous forme de « pyramide ». Nous constatons que ces stratégies traduisent une prise de conscience ainsi qu’une prise en compte intéressante de plusieurs des difficultés répertoriées dans notre analyse a priori. Il s’agit donc là de stratégies ou méthodes susceptibles d’aider les étudiants à surmonter ces difficultés.

Pour conclure, nous avons appris qu'une grande partie des difficultés répertoriées dans le chapitre 4, particulièrement ceux des problèmes résolus en classe, a été prise en compte dans l'enseignement effectif par l'enseignant dont nous avons pu réaliser un portrait de pratique, et ce, par le biais d'une banque d'exercices supplémentaires, de routines d'utilisation du tableau, d'explications verbales, etc. À titre de prospective, dans la continuité du travail que nous avons réalisé dans le cadre de ce mémoire, il serait intéressant d'observer l'effet de cet enseignement effectif sur les évaluations des étudiants comme vérifier si les stratégies utilisées par l'enseignant ont un effet sur les examens ou les devoirs faits par les étudiants. En d'autres termes, vérifier pour chacune des difficultés répertoriées si l'étudiant a été capable de les surmonter. Dans le même ordre d'idées, il serait également intéressant de répertorier les erreurs commises par les étudiants selon le type de difficulté afin d'évaluer l'impact des stratégies utilisées par l'enseignant. À cet égard, la question de recherche à creuser est celle-ci : la façon dont les enseignants tiennent compte dans leur enseignement des différentes difficultés a-t-elle réellement un impact sur les apprentissages des étudiants ?

RÉFÉRENCES

Berthelot, M. (1991). *Enseigner : qu'en disent les profs?* Conseil supérieur de l'éducation. Récupéré sur https://www.cse.gouv.qc.ca/fichiers/documents/publications/EtudesRecherches/profs.pdf

Blouin, Y. (1985). *La réussite en mathématiques : le talent n'explique pas tout.* Sillery, Québec: Collège d'enseignement général et professionnel François-Xavier Garneau.

Blouin, Y. (1987). *Éduquer à la réussite en mathématiques.* Sillery, Québec: Collège d'enseignement général et professionnel François-Xavier Garneau.

Bouchamma, Y. (2002). Relation entre les explications de l'échec scolaire et quelques caractéristiques d'enseignants du collégial. *Revue des sciences de l'éducation, 28*(3), 649-674.

Carneval, A. P., Smith, N., & Strohl, J. (2013). *Projections of jobs and education requirements through 2020.* Georgetown: Georgetown public policy institute. Récupéré sur https://repository.library.georgetown.edu/bitstream/handle/10822/559311/Recovery2020.FR.Web.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Chassé, É. (2006). L'enseignement, un métier de relations. *Pédagogie collégial, 20*(1), pp. 25-31.

Chbat, J. (2004). *Les attitudes et les pratiques pédagogiques du collégial.* Collège André-Grasset: Direction pédagogique, Service de recherche.

Chbat, J. (2005). Les attitudes et les pratiques pédagogiques des enseignants au collégial. . *Pédagogie collégiale., 19*(1), pp. 15-22. Récupéré sur https://eduq.info/xmlui/bitstream/handle/11515/1065/Chbat_19_1.pdf?sequence=1

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(2), pp. 221-266.

Conseil des collèges. (1992). *L'enseignement collégial : des priorités pour un renouveau de la formation.* Conseil supérieur de l'éducation. Récupéré sur http://www.cse.gouv.qc.ca/fichiers/documents/publications/ConseilCollege/EnsCollRenouveau.pdf

Corriveau, C. (2007). *Arrimage secondaire-collégial : démonstration et formalisme.* Université de Montréal.

Corriveau, C., & Parenteau, J. (2005). Comment aménager le cours mathématique 536 du secondaire en vue de mieux préparer les élèves aux cours de mathématiques du cégep. *Envol, 132*, pp. 25-28.

Corriveau, C., & Tanguay, D. (2007). Formalisme accru du secondaire au collégial: les cours d'algèbre linéaire comme indicateurs. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, 48*(1), pp. 6-25.

Csorny, L. (2013). Careers in the growing field of information technology services. *Beyond the numbers, 2*(9). Récupéré sur https://digitalcommons.ilr.cornell.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2060&context=key_workplace

Fulvi, J. (2010). *Préparation à la démonstration et au formalisme suppléée au collégial par le cours mathématiques pour les sciences.* Montréal: Université du Québec à Montréal.

Gattuso, L., Lacasse, R., Lemire, V., & Van der Maren, J.-M. (1989). Quelques aspects sociaux et affectifs de l'enseignement des mathématiques ou le vécu des mathophobes. *Revue des sciences de l'éducation, 15*(2), 193-218.

Gouvernement du Québec. (2000, octobre). Les prescriptions ministérielles et l'élaboration d'un programme défini en objectifs et standards. Bibliothèque nationale du Québec.

Hache, C., & Robert, A. (1997). n essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait « fréquenter» les mathématiques à ses élèves pendant la classe? *Recherches en didactique des mathématiques, 17*(3), pp. 103-150.

Lafortune, L. (1992). *Dimension affective en mathématiques : recherche-action et matériel didactique.* Mont-Royal, Québec: Modulo Éditeur.

Lafortune, L., & Saint-Pierre, L. (1994). *La pensée et les émotions en mathématiques : métacognition et affectivité.* Montréal: Éditions Logiques.

Lafortune, L., & St-Pierre, L. (1994). *Les processus mentaux et les émotions dans l'apprentissage.* Montréal: Éditions Logiques.

l'apprentissage, L. p. (1994). *Lafortune, Louise; Saint-Pierre, Lise.* Montréal: Éditions Logiques.

Leder, G. C. (1992). *Mathematics and gender: Changing perspectives.* New York: Macmillan Publishing Co, Inc.

L'enseignant. (2013, mars 6). Entrevue pré-enseignement . (J. Bérubé, Intervieweur)

Merriam, S. (1988). *Case Study in Education : A Qualitative Approach.* San Francisco: Jossey-Bass.

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2017). *Sciences de la nature 200.B0 : programme d'études préuniversitaires.* Gouvernement du Québec. Récupéré sur http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/enseignement-superieur/200.B0_Sciences_nature_VF.pdf

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2017). *Sciences de la nature (200.B0) - Programme d'études préuniversitaire.* Bibliothèque et Archives nationales du Québec.

Noircent, A., & Tran, A. L. (1980). *L'échec en mathématique.* Alma. Récupéré sur https://eduq.info/xmlui/bitstream/handle/11515/31995/713747-noircent-echec-mathematiques-alma-PROSIP-1980.pdf?sequence=1

Noircent, A., & Tran, A. L. (1980). *L'Échec en mathématiques.* Alma: Rapport PROSIP. Récupéré sur https://eduq.info/xmlui/bitstream/handle/11515/31995/713747-noircent-echec-mathematiques-alma-PROSIP-1980.pdf?sequence=1

Pariès, M. C. (2004). Comparaison de pratiques d'enseignements de mathématiques relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en Didactique des mathématiques, 24*(2.3), pp. 251-284.

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, pp. 405-435.

Publications Québec. (2018, 08 01). *LOI SUR LES COLLÈGES D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL ET PROFESSIONNEL.* Consulté le 01 24, 2019, sur Légis Québec: http://legisquebec.gouv.qc.ca/fr/ShowDoc/cs/C-29

Reynolds, N. G., & Conaway, B. J. (2003). Factors affecting mathematically talented females'enrollement in high school calculus. *The journal of secondary gifted education, 14*(4), 218-228. Récupéré sur https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.4219/jsge-2003-435

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 18*(2), pp. 139-190.

Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et lese contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques, 21*, pp. 57-80.

Robert, A., & Vandebrouck, F. (2002). Exemples de routines en classe de seconde : entrée à partir de l'utilisation du tableau. *Actes de la 11ième école d'été de didactique des mathématiques.* La pensée sauvage.

Roditi, É. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 23*(2), pp. 183-216.

Roy, J. (2006). Les valeurs des cégépiens et la réussite scolaire: portrait des valeurs et repères pour l'intervention. *Service social, 52*(1), pp. 31-46.

Saint-Onge, M. (1993). *Moi j'enseigne, mais eux apprennent-ils?* Beauchemin.

Saint-Pierre, L. (1997). *L'étude personnelle en mathématiques au collégial* . Montréal: Université de Montréal. Récupéré sur https://www.collectionscanada.gc.ca/obj/s4/f2/dsk2/tape16/PQDD_0022/NQ33089.pdf

Selden, A., Selden, J., Hauk, S., & Mason, A. (2000). Why can't calculus students access their knowledge to solve nonroutine problems. *Issues in mathematics education, 8*, pp. 128-153.

Smith, E. J. (1980). Career development of minorities in nontraditional fields. *journal of multicultural counseling and development, 8*(3), pp. 141-156.

Ste-Marie, M., & Winsberg, S. (1981). Recherche d'une explication aux abandons de cours en mathématiques au Cégep. *Revue des sciences de l'éducation, 7*(1), 23-35.

Tall, D. (1992). Students' difficulties in calculus. In proceedings of working group. *Plenary presentation in Working Group 3.* Québec: ICME.

Tambone, J. (2010). Un dispositif de recherche pour observer les pratiques enseignantes : l'observation des maitres spécialises en adaptation scolaire. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 30*(3), pp. 275-315.

Thomas, G. B., Godbout, V., & Boulanger, H. (2009). *Calcul intégral 11e édition.* Montréal: Chenelière Éducation inc.

Turcotte, O. (2014). *Les rapports aux mathématiques d'étudiants du collégial ayant participé à un service d'aide individualisée.* Québec: Université Laval.

ANNEXE 1
OUTILS D'ENTREVUE

Première partie de la première entrevue

1. Son parcours, les cours qu'il enseigne,…
2. Sa conception de l'enseignement
3. Comment il se prépare pour ses cours
4. C'est quoi pour lui un bon enseignant
5. Est-ce que les étudiants ont changé au fil des ans
6. Ses principales satisfactions et ses grandes difficultés

Entrevue pré-enseignement

Sur quelles notions vont porter les cours de la semaine ?

Combien de temps voulez-vous passer, dans votre planification, sur ces notions ?

Y a-t-il des éléments enseignés aux niveaux précédents (soit au secondaire ou au collégial) sur lesquels vous vous appuyez pour enseigner ces notions ? Lesquels découlent du secondaire et lesquelles relèvent du cégep ? Y a-t-il des aspects que vous pensez récupérer ? Si oui, lesquels ? Y a-t-il des aspects déjà enseignés que vous allez réviser ? Si oui, lesquels ?

Quels sont vos objectifs : voulez-vous familiariser, réviser, introduire, actualiser, organiser des connaissances ou créer des liens ?

Voulez-vous faire agir les étudiants ? Si oui, voulez-vous leur faire formuler, valider, réfléchir ou écouter ?

Que voulez-vous développer chez les étudiants ? Quelles procédures sont attendues ? Quelles exigences sont prévues ? Sur quoi voulez-vous les évaluer ?

Quel type d'exercice est proposé ? Quel type d'activité est prévu ?

Y a-t-il des aspects plus importants que d'autres dans l'enseignement du calcul intégral ? Lesquels ? Pourquoi ?

Y a-t-il des mises en garde, ou des compléments d'information ou méthodologiques prévu ?

Quel degré de difficultés prévoyez-vous ? Prévoyez-vous des décalages ? Sur quelles notions ? Quels types de décalage ? Sur quoi vous basez-vous pour anticiper de telles difficultés ? Allez-vous en prendre compte dans votre enseignement ? Si oui, comment ?

Entrevue post-enseignement

Avez-vous réalisé vos objectifs pédagogiques ? Avez-vous respecté le temps alloué pour chaque notion ?

Les connaissances antérieures de vos étudiants vous ont-ils satisfaits ?

Vos étudiants ont-ils réagi comme vous l'aviez planifié ?

Avez-vous rencontré des difficultés de la part des étudiants que vous n'aviez pas anticipées ?

Quelles sont vos impressions de l'enseignement que vous avez données ? Êtes-vous satisfait ?

Entrevue finale

Avez-vous eu des questions portant sur les techniques d'intégration depuis notre dernière rencontre ?

Est-ce que vous pensez que tous les étudiants ont fait les exercices suggérés ?

Comment s'est déroulé l'examen ? Les résultats sont-ils semblables aux autres examens ? Est-ce que les résultats sont semblables par rapport aux années passées ? Êtes-vous satisfait des résultats ?

En fonction de la correction de l'examen, êtes-vous satisfait de votre enseignement ? Y a-t-il des notions sur lesquels vous souhaitez mettre plus de temps la prochaine fois ?

Avez-vous interagi avec les étudiants pendant l'examen ? Donnez-vous des indices ou répondez-vous aux questions ?

Les difficultés rencontrées par les étudiants sont-elles celles que vous aviez anticipées ? Les erreurs trouvées sont-elles celles auxquelles vous vous attendiez ?

Quels ont été vos critères de correction ? Y a-t-il des éléments qui valaient plus de points que d'autres ? Des erreurs plus pénalisantes ?

Est-ce que les étudiants avaient droit à une calculatrice ? Graphique ?

Le premier numéro de l'examen, celui où les étudiants devaient identifier la technique d'intégration à utiliser, a-t-il été bien réussi ?

ANNEXE 2
OUTILS D’ANALYSE DE LA TECHNIQUE D’INTÉGRATION

Les questions de (Robert, 1998) ont été utilisées pour les outils d’analyse de la tâche.

Questions pour définir les notions

1. Est-ce des notions qui peuvent être présentées aux élèves directement comme des extensions de notions déjà introduites ?
2. Est-ce des notions qui peuvent être présentées aux élèves comme réponses à de nouveaux problèmes précis ?
3. Est-ce des notions qui correspondent qu’à l’introduction d’un formalisme adapté ?
4. Est-ce des notions généralisatrices, unificatrices et porteuses d’un nouveau formalisme ?

Questions pour déterminer le niveau de mises en fonctionnement des connaissances

1. S’agit-il de contextualisation simple, locale, sans étapes, sans travail préliminaire de reconnaissance, sans adaptation (niveau technique) ?
2. S’agit-il d’un savoir mobilisable qui, lorsque bien identifié, est bien utilisé par l’élève, même lorsqu’il y a lieu de s’adapter au contexte particulier (niveau de connaissance mobilisable) ?
3. S’agit-il d’un savoir résoudre ce qui est proposé sans indications, d’aller rechercher soi-même dans ses connaissances ce qui peut intervenir (niveau des connaissances disponibles) ?

Question pour définir le contexte mathématique

1. Quel est le savoir à mettre en fonctionnement (ou les savoirs) ?

2. Les notions apparaissent-elles comme des outils ou comme objets ?

3. Quel est le statut de la notion dans le programme ?

4. S'agit-il de savoir nouveau ou ancien ? Préciser.

.

ANNEXE 3
OUTILS D'ANALYSE DE L'ANALYSE DU TABLEAU

Les questions que l'on peut se poser :

« Qu'est-ce qui figure au tableau?

Texte complet, ou fragmentaire (mots clefs…)?
Rédigé (modèle) ou résumé ?
Structuré (titre, sous-titre) ou désordonné?
Chronologie respectée ou non?
À quel moment est-ce effacé?
D'un tableau complet à l'autre, retrouve t'on des éléments non effacés? (importants aux yeux du prof)
Registre d'écriture :
De quel registre s'agit-il? (Français, mathématique…)
Est-ce toujours le même? (quand et comment sont les changements de registres éventuels)
En particulier, quel est le statut du dessin au tableau?
Des caractéristiques de cet écrit sont-elles apparentes? (particulier, générique, général…) » (Robert & Vandebrouck, 2002, p. 3)

Un aspect incontournable à observer sur ce qui se trouve au tableau est sa fonction. Elle est déterminée par les deux séries de questions suivantes :

« Qui écrit au tableau? L'enseignant ou un élève (désigné, volontaire)?

Si c'est un élève, est-ce un écrit autonome, ou une dictée?
Est-ce pour que l'enseignant corrige, ou est-ce un écrit (directement) correct (à recopier)?
Si c'est l'enseignant, est-ce prévu ou improvisé : y a-t-il des passages au tableau non prévus, à quoi correspondent-ils, ou l'utilisation du tableau est-elle planifiée? » (Robert & Vandebrouck, 2002, p. 3)

« Comment les élèves (non au tableau) doivent-ils utiliser le tableau : pour écouter, quand ils cherchent, quand on corrige? Pour recopier?

Est-ce que le tableau est utilisé comme support de ce qui est commenté (monstration) ? Pour des explications? Des exposés? Des corrections?
Comment l'enseignant gère-t-il le passage entre l'écrit et l'oral : l'écrit précède-t-il l'oral, qui en est alors le commentaire, le suit-il (alors ce peut en être une transformation, un aboutissement)? Y a-t-il un travail explicite sur le passage écrit/oral?
Y a-t-il des habitudes, un contrat (explicite ou non) à ce sujet ? » (Robert & Vandebrouck, 2002, p. 3)

ANNEXE 4
APPROBATION ÉTHIQUE

UQAC
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

APPROBATION ÉTHIQUE

Dans le cadre de l'*Énoncé de politique des trois conseils : éthique de la recherche avec des êtres humains* et conformément au mandat qui lui a été confié par la résolution CAD-7163 du Conseil d'administration de l'Université du Québec à Chicoutimi, approuvant la *Politique d'éthique de la recherche avec des êtres humains* de l'UQAC, le Comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains de l'Université du Québec à Chicoutimi, à l'unanimité, délivre la présente approbation éthique puisque le projet de recherche mentionné ci-dessous rencontre les exigences en matière éthique et remplit les conditions d'approbation dudit Comité.

La présente est délivrée pour la période du *17 janvier 2013 au 31 janvier 2014.*

Pour le projet de recherche intitulé : *« Rôle des pratiques effectives d'enseignement dans les difficultés d'apprentissages des étudiants du collégial : le cas du cours de calcul différentiel et intégral II (NYB) physique au collégial sur la continuité de la pratique régulière d'activités physiques des étudiants universitaires au 1er cycle».*

Responsable du projet de recherche : *Madame Jessica Bérubé*

No référence – Approbation éthique : *602.372.01*

Fait à Ville de Saguenay, le 17 janvier 2013

[redacted]

François Guérard
Président
Comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains